

# Harmonické oscilátory

Jakub Kákona, kaklik@mlab.cz

## Abstrakt

Tato úloha se zabývá měřením rezonančních vlastností mechanických tlumených i netlumených oscilátorů.

## 1 Úvod

1. Změřte tuhost pružiny statickou metodou a vypočtěte úhlovou frekvenci (včetně celkové chyby určení), se kterou bude soustava kmitat kolem rovnovážné polohy s Vámi zvoleným závažím. Odhadněte, s jakou chybou jste schopni prodloužení pružiny měřit a vypočtěte minimální hmotnost závaží, které musíte k prodloužení použít, aby jste dosáhl relativní chyby měření tuhosti pružiny 50%. Chybu měření hmotnosti závaží  $\Delta m$  považujte za nulovou.
2. Změřte úhlovou frekvenci kmitů pružiny dynamickou metodou. Rozhodněte, jestli pro výpočet úhlové frekvence je nutné použít vztah

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad (1)$$

tj. jestli je útlum tak velký, že překonává chybu měření.

3. Změřte koeficienty tlumení  $\delta$  pro 2 konfigurace tlumících magnetů. Ověřte přitom platnost vztahu (1).
4. Naměřte závislost amplitudy a fázového posunu kmitů pružiny oproti budící síle na úhlové frekvenci budící síly.
5. Závislost amplitudy  $A$  kmitů na úhlové frekvenci budící síly  $\Omega$  vynesete do grafu, nafitujte tuto závislost funkcí

$$A = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad (2)$$

z této funkce pak určete vlastní frekvenci  $\omega_0$  a útlum  $\delta$  a určete pomocí vztahu

$$\omega_{REZ} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \quad (3)$$

hodnotu rezonanční frekvence  $\Omega_{REZ}$ . Proč nelze použít měření rezonanční křivky k určení vlastní frekvence kriticky tlumených systémů?

6. Závislost fázového posunu kmitů pružiny  $\theta$  na úhlové frekvenci budící síly  $\omega$  vynesete do grafu, nafiťujte tuto závislost funkcí

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\delta\Omega}\right). \quad (4)$$

Mějte na paměti, že tento vztah platí pro fázový posun v radiánech. Z nafiťované funkce pak opět určete vlastní úhlovou frekvenci a útlum systému.

7. Srovnejte výsledky měření pro vlastní úhlovou frekvenci z úkolů 1,2,5 a 6. Které měření považujete za nejpřesnější a naopak?
8. Změřte tuhost pružiny Pohlova kyvadla.
9. Naměřte časový vývoj výchylky kmitů kyvadla pro netlumené kmity. Za použití výsledku tohoto a minulého úkolu vypočítejte moment setrvačnosti kyvadla I.
10. Změřte koeficient útlumu pro několik zvolených hodnot tlumícího proudu. Závislost vynesete do grafu.
11. Extrapolací určete hodnotu tlumícího proudu, při kterém dochází ke kritickému tlumení. Nastavte tuto hodnotu, změřte průběh při rychlostní a polohové počáteční podmínce a ověřte, že je kyvadlo skutečně kriticky tlumeno.

## 2 Postup měření

### 2.1 Gravitační oscilátor

Nejdříve bylo nutné začít změřením tyhosti pružiny na laboratorním oscilátoru. Ten to úkol jsme vyřešili zavěšením dvou různých závaží na pružinu. První závaží mělo hmotnost 48,62g a pružinu natáhlo o 4cm druhé 87,6g o 7cm z těchto hodnot jsme určili tuhost pružiny 11,92 a 12,28 N/m.

Výpočtem pro případ zavěšeného měřítka a závaží 48,62g nám dále vyšla úhlová frekvence 15,21 rad/s. A při změřením kmitů a jejich nafiťování funkcí

$$x = A \exp(-\delta t) \sin(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

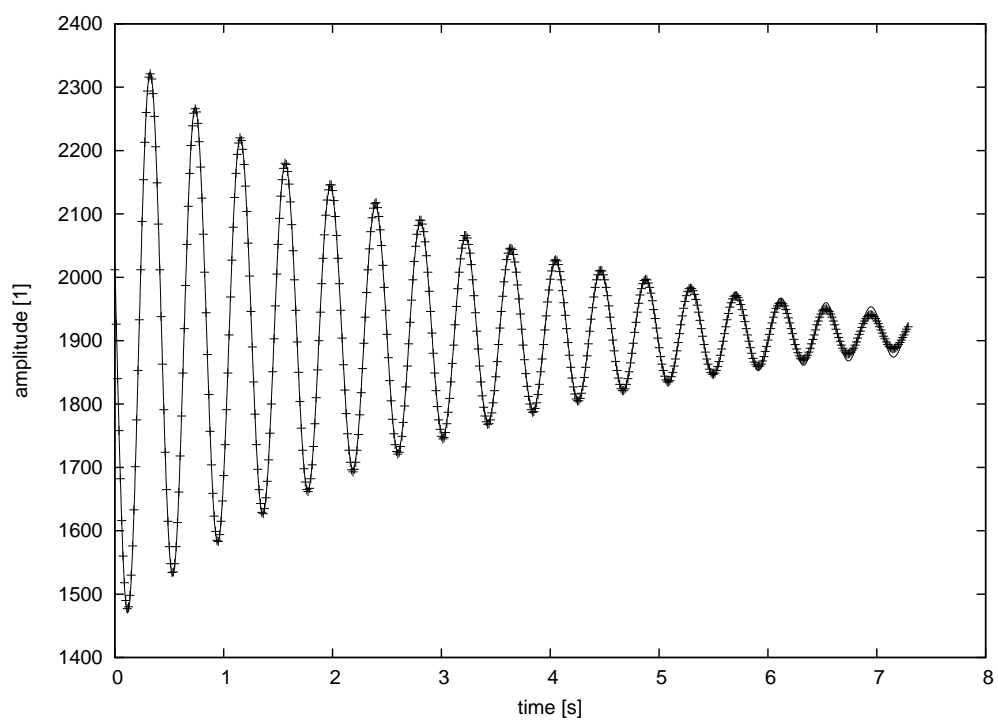
Nám vyšla úhlová frekvence  $\omega = 15,18[\text{rad/s}]$  Výsledek fitu je vidět na grafu.

Dále jsme chtěli změřit fázovou a amplitudovou charakteristiku kmitů. Data z tohoto měření jsou ale díky použité metodě snímání kamerou poněkud nekvalitní a vyžadují náročnější zpracování, které jsem nestihl realizovat.

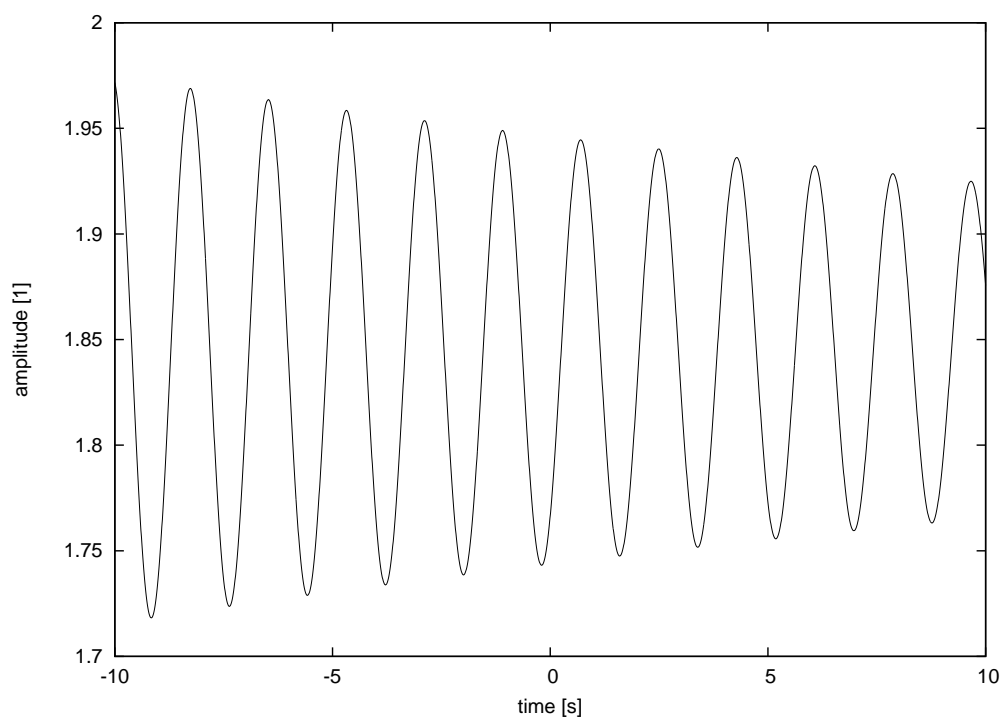
### 2.2 Pohlovo Kyvadlo

Nejdříve jsme změřili tuhost pružiny v kyvadle a podobným způsobem, jako v předešlém měření gravitačního oscilátoru. S tím rozdílem, že bylo použito jedno závaží o hmotnosti 40,3g ,které stočilo pružinu o 14,9 jednotek na kotouči kyvadla.

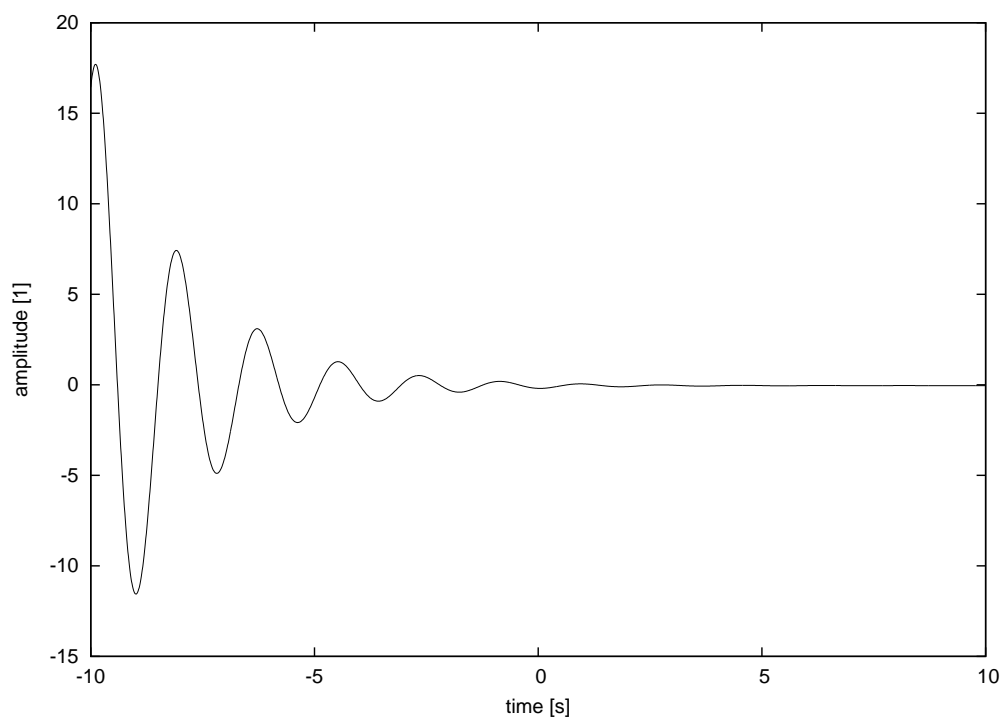
Následně jsmě změřili kmity pro netlumené kyvadlo a pro několik případů tlumení. Náš výsledek ilustrují následující grafy 2, 3 a závislost tlumení na velikosti proudu v tlumících cívkách 4 . Úkolem bylo také spočítat moment setrvačnosti ten při znalosti záteže a poloměru kyvadla 93,9 mm vychází na  $3,4 * 10^{-4} \text{kg/m}^2$  .



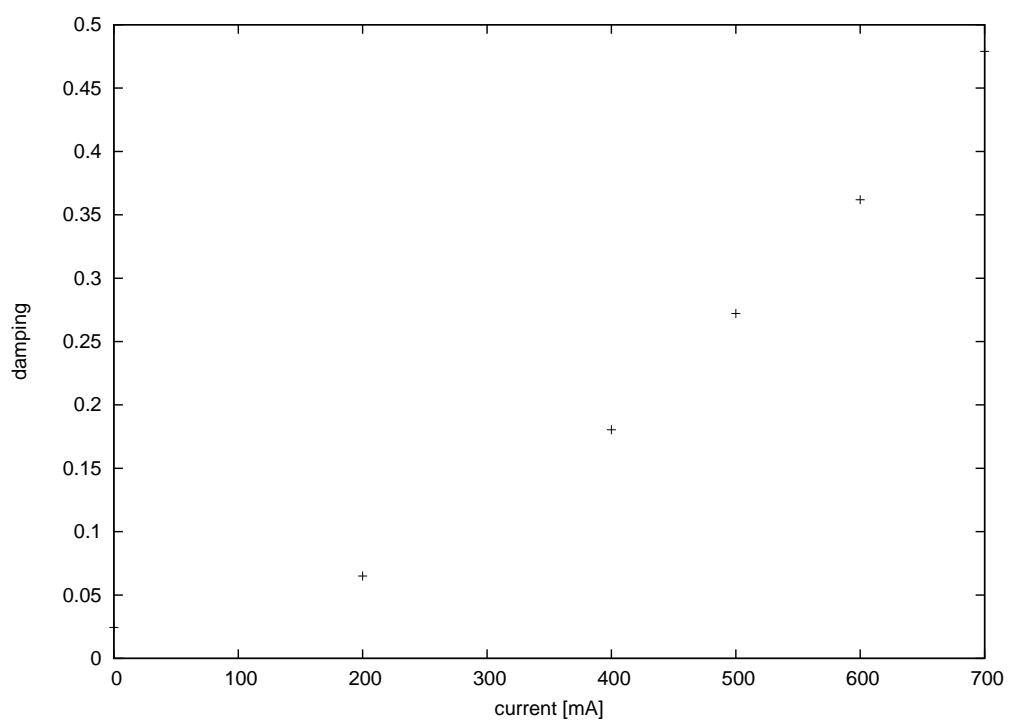
Obrázek 1: Oscilace s  $\omega = 15,18[\text{rad/s}]$  koeficientem tlumení  $\delta = 0,34$



Obrázek 2: Časový vývoj výchylky "netlumeného" Pohlova kyvadla



Obrázek 3: Kmity tlumeného Pohlova kyvadla při proudu tlumící cívkou 700mA



Obrázek 4: Závislost tlumení na velikosti proudu v tlumící cívice.

### 3 Diskuse

Při měření bylo největším problémem zprovoznění snímací "kamery" od které není nikde ani běžně dostupný popis principu měření. Následkem toho nám sestavení experimentu trvalo neúměrně dlouho. A neprobíhalo, tak jak jsme si představovali z přípravy.

### Závěr

Měření oscilací nepřineslo překvapivé výsledky které by nesouhlasily s analytickým popisem měřených soustav. A došlo tak jenom k jejich dalšímu potvrzení.

### Reference

- [1] Zadání úlohy 10 - Harmonické oscilace. <http://rumcajs.fjfi.cvut.cz/fyzport/Mechanika/HarmOscila>
- [2] Pohlovo torzni kyvadlo. <http://praktika.fjfi.cvut.cz/PohlKyv>