

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM FJFI ČVUT V PRAZE

Datum měření: 6.3.2011	Jméno: Jakub Kákona
Pracovní skupina: 2	Hodina: Po 7:30
Spolupracovníci: Viktor Polák	Hodnocení:

Úloha č.4: Balmerova série

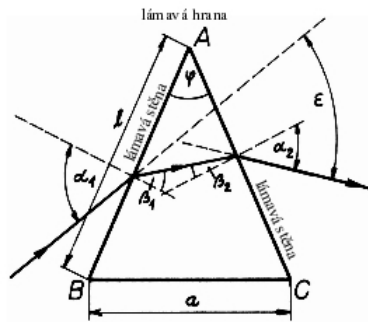
Abstrakt

V tomto měření je cílem proměřit spektrum známé Balmerovy série vodíku a z naměřených vlnových délek určit hodnotu Rydbergovy konstanty.

1 Úvod

- (Nepovinné) V přípravě nalezněte obecně pro $\alpha_1 \neq \alpha_2$ podmínku nejmenší deviace $\alpha_1 = \alpha_2$ a z toho odvoďte vzorec [12]. Návod:Uvědomte si, že deviace ε je složenou funkcí α_1 : $\varepsilon = \varepsilon(\alpha_2(\beta_2(\beta_1(\alpha_1))))$
- V přípravě odvoďte vzorec [12] v případě, že je splněna podmínka úhlu nejmenší deviace $\alpha_1 = \alpha_2$.
- V přípravě vypočítejte (i numericky) hodnotu Rydbergovy konstanty (tj. odvoďte vztah [11] ze vztahů [6], [10] a [9]).
- V přípravě odvoďte vzorce [14] a [17].
- Metodou dělených svazků viz <http://fyzport.fjfi.cvut.cz/Hardware/Goniometr/goniometr.pdf> změřte lámavý úhel hranolu. Měření proveďte 4x.
- Změřte index lomu hranolu v závislosti na vlnové délce pro čáry rtuťového spektra, nakreslete graf a fitováním nelineární funkcí [13] určete disperzní vztah $n = n(\lambda)$.
- Změřte spektrum vodíkové výbojky (Balmerovu sérii atomu vodíku) a ověřte platnost vztahu [3].
- Metodou nejmenších čtverců nebo fitováním spočítejte Rydbergovu konstantu pro atomární vodík. Výpočet té konstanty je analogický jako výpočet Planckovy konstanty v úloze Studium rentgenového spektra Mo anody. Podívejte se na úkol č. 4 této úlohy.
- Určete charakteristickou disperzi $dn/d\lambda$ v okolí vlnové délky 589 nm (žluté čáry v sodíkovém spektru).
- Určete rozlišovací schopnost hranolu pro sodíkový dublet a vypočítejte minimální velikost základny hranolu, vyrobeného ze stejného materiálu jako hranol, s kterým měříte, který je ještě schopen rozlišit sodíkový dublet.

¹Čísla rovnic odkazují na čísla rovnic v zadání úlohy [1]



Obrázek 1: Schématické znázornění lomu světla hranolem

V našem případě použijeme jako energetický zdroj výbojku naplněnou vodními parami, které výboj rozkládá a vzniká tak atomární vodík. Výboj také vybuzuje vzniklé vodíkové atomy do vysokých energetických hladin, ze kterých se potom snaží přecházet do nižších stavů. Přechody elektronů jsou pak doprovázené emisí fotonů příslušné energie. My se soustředíme na fotony viditelného světla a to jsou první čtyři čáry Balmerovy série. Spektrometr se v našem případě bude skládat z hranolu, který rozkládá viditelné světlo (díky lomu světla v disperzním prostředí) z výbojky na monochromatické paprsky. Goniometrem budeme měřit úhel, pod kterým se lámou jednotlivé vlnové délky průchodem skrz hranol, z úhlu pak na základě z disperzních vlastností hranolu určíme vlnovou délku spektrální čáry a poté na základě těchto výsledků měření ověříme Balmerův vzorec 4 a spočteme Rydbergovu konstantu.

1.1 Lom světla hranolem

Díky tomu, že optický hranol je materiál ohraničený dvěma různoběžnými rovinami - lámavými stěnami. Průsečnice lámavých stěn se nazývá lámavá hrana a úhel jimi sevřený lámavý úhel φ . Na hranol nechť dopadá monochromatický světelný paprsek dané vlnové délky λ v rovině kolmé na lámavou hranu, tedy v tzv. hlavním řezu. Paprsek dopadá na lámavou stěnu pod úhlem α_1 , láme se podle zákona lomu pod úhlem β_1 . Úhel dopadu na další stěně označíme β_2 a úhel lomu do vnějšího prostředí α_2 . Úhel mezi paprskem vstupujícím do hranolu a z něj vystupujícím budeme nazývat deviací a označovat písmenem ε . Jestliže úhel dopadu volíme tak, aby uvnitř hranolu byl paprsek kolmý k ose lámavého úhlu φ , bude jeho deviace od původního směru minimální a paprsek bude vystupovat z hranolu pod úhlem $\alpha_1 = \alpha_2$. Pro minimální deviaci paprsku, kterou budeme značit písmenem ε_0 , dostaneme

$$\frac{\sin\left(\frac{\varepsilon_0 + \varphi}{2}\right)}{\sin(\varphi/2)} = n, \quad (1)$$

kde n je relativní index lomu materiálu, z kterého je hranol vyroben.

1.2 Úhlová disperze

Úhlová disperze charakterizuje disperzní vlastnosti hranolu. Nechť hranolem procházejí v úzké spektrální oblasti paprsky o různých vlnových délkách. Pak jejich odchylka od původního směru ε je funkcí vlnové délky λ ; $\varepsilon = \varepsilon(\lambda)$. Úhlová disperze je definována vztahem $d\varepsilon/d\lambda$ a udává, jak rychle se mění úhel ε s vlnovou délkou.

Všechny látky vykazují disperzi, tj. jejich index lomu je závislý na vlnové délce světla $n = n(\lambda)$. Veličina $dn/d\lambda$ se nazývá charakteristická disperze. Je ji možno vyjádřit derivováním disperzní závislosti $n = n(\lambda)$, je-li známé její analytické vyjádření.

Průběh disperzní závislosti se aproximuje různými vzorci. Pro případ použitého hranolu dobře vyhovuje vzorec:

$$n = n_n + \frac{C}{\lambda - \lambda_n} \quad (2)$$

v němž n_n , C , λ_n jsou konstanty, které se určí z naměřených dat nelineární regrese funkce.

Derivujeme-li rovnici pro minimální deviace ε_o podle λ , dostaneme po úpravě pro úhlovou disperzi $d\varepsilon_o/d\lambda$ vztah

$$\frac{d\varepsilon_o}{d\lambda} = \frac{2 \sin(\varphi/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\varphi/2)}} \frac{dn}{d\lambda} \quad (3)$$

Úhlová disperze hranolu je tedy poměrně složitou funkcí vlnové délky. Závisí na ní jednak přes charakteristickou disperzi $dn/d\lambda$, jednak přes index lomu n ve jmenovateli posledního členu.

1.3 Rydbergova konstanta

Kromě Balmerovy série existují ve spektru atomárního vodíku ještě jiné, které lze vyjádřit souhrnně vzorcem:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (4)$$

A tabulková hodnota Rydbergovy konstanty je následující

$$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h} = 10\,973\,731,568\,527(73) \text{ m}^{-1} \quad (5)$$

2 Postup měření

K měření úhlů lomů jednotlivých spektrálních čar jsme používali goniometr s hranolem. Skleněný hranol byl umístěn na měřícím stolku goniometru mezi dalekohledem a kolimátorem. Nejprve bylo potřeba lámavé plochy hranolu ustavit kolmo na optickou rovinu kolimátoru a dalekohledu, to jsme provedli justací stavěcích šroubů pomocí autokolimační funkce dalekohledu. Následně bylo třeba změřit lámavý úhel hranolu, vybrali jsme si úhel u vrcholu A. Měření lámavého úhlu jsme provedli metodou dělaného svazku, kdy jsme od každé z lámavých ploch nechali odrážet značku v kolimátoru (nitkový kříž).

Z geometrie goniometru je pak zřejmé, že naměřený úhel je dvojnásobkem lámavého úhlu hranolu. Po zajištění geometrie měření jsme ještě potřebovali zjistit disperzní závislost materiálu hranolu, aby bylo možné pak správně dopočítat vlnové délky čar z Balmerovy série. To jsme provedli tak, že jsme před vstupní šterbinu kolimátoru umístili rtuťovou výbojku, která má známé vlnové délky ve viditelné části spektra. Takže díky změření úhlů jejich nejmenší deviace bylo možné získat disperzní vztah pro materiál hranolu.

Hodnota lámavého úhlu (měřením metodou dělení svazků) hranolu tedy je $59^\circ 52' 5'' \pm 5''$

Po nafitování disperzní funkce na naměřené hodnoty vychází konstanty následovně.

$$n_n = 1,7119 \pm 0,0003 ; c = 14,7 \pm 0,9 ; \lambda_n = 250 \pm 2$$

Fitováním naměřených hodnot spektrálních čar vodíku je možné dostat hodnotu Rydbergovy konstanty $R = (1,097 \pm 0,005) 10^7 \text{ m}^{-1}$

Tabulka 1: Neměřené hodnoty lámového úhlu hranolu metodou dělení svazků

d1			d2			φ		
deg	min	sec	deg	min	sec	deg	min	sec
218	21	22	98	37	18	59	52	2
218	22	39	98	38	45	59	51	57
218	23	10	98	38	38	59	52	16
218	22	42	98	38	45	59	51	58
218	22	36	98	38	16	59	52	10

Tabulka 2: Neměřené hodnoty deviačních úhlů pro čáry rtuti a jejich vlnové délky s vypočítaným indexem lomu.

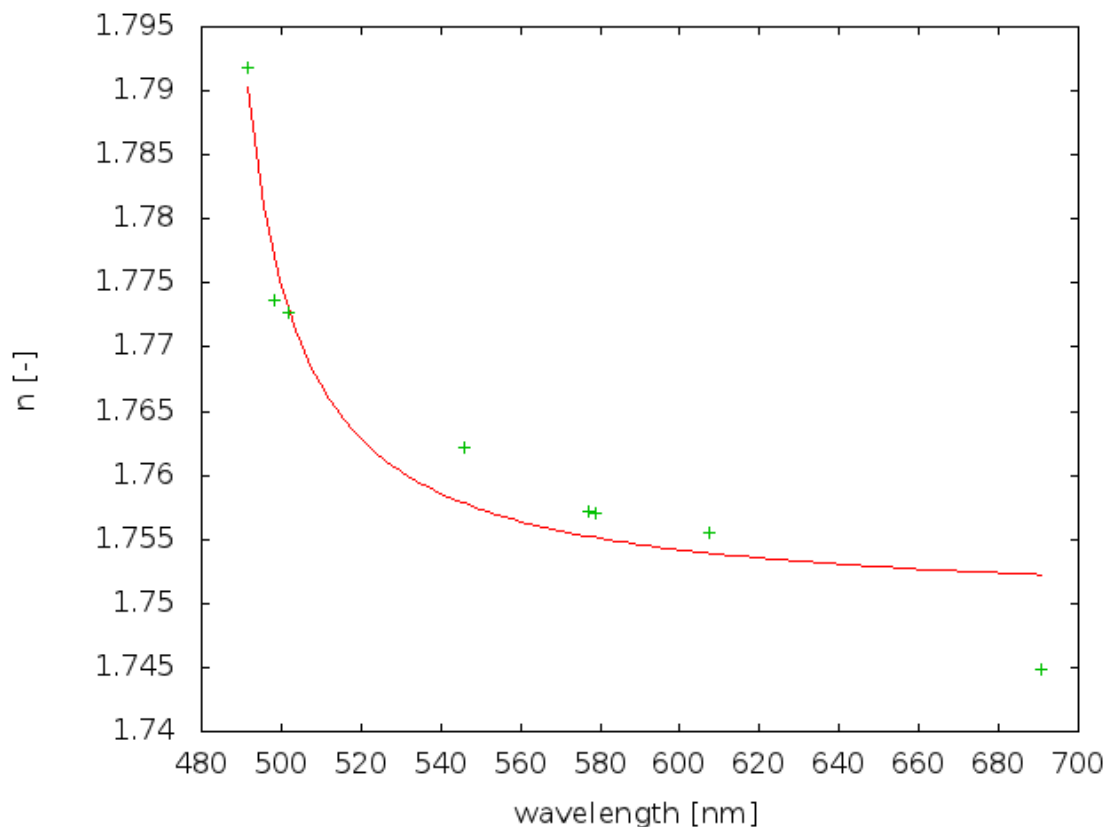
d1			d2			ϵ_0			λ_{TAB}	
deg	min	sec	deg	min	sec	deg	min	sec	$\lambda[nm]$	n[-]
227	13	24	104	49	12	61	12	6	690,7520	1,745
228	29	16	103	33	8	62	28	4	607,2720	1,756
228	39	16	103	23	8	62	38	4	579,0663	1,757
228	40	42	103	21	50	62	39	26	576,9598	1,757
229	16	30	102	45	4	63	15	43	546,0735	1,762
230	33	12	101	29	50	64	31	41	501,7279	1,773
230	40	54	101	21	50	64	39	32	498,0640	1,774
232	57	20	99	6	16	66	55	32	491,6070	1,792

Tabulka 3: Neměřené hodnoty deviačních úhlů pro čáry Balmerovy série a jejich vlnové délky.

d1			d2			ϵ_0				
deg	min	sec	deg	min	sec	deg	min	sec	$\lambda [nm]$	chyba [nm]
227	34	34	104	29	8	61	32	43	660,94	0,04
230	51	2	101	11	18	64	49	52	482,83	0,06
232	54	34	99	9	56	66	52	19	435,14	0,04
233	2	48	99	0	46	67	1	1	432,54	0,04

Tabulka 4: Neměřené hodnoty deviačních úhlů pro čáry Balmerovy série a jejich vlnové délky.

d1			d2			ϵ_0				
deg	min	sec	deg	min	sec	deg	min	sec	$\lambda [nm]$	Rozdíl [%]
228	29	50	103	34	22	62	27	44	587,25	0,30
228	30	42	103	33	0	62	28	51	586,04	0,60



Obrázek 2: Závislost indexu lomu na vlnové délce

3 Diskuse

V přípravě jsme odvodili vzorec pro lom hranolem za podmínek nejmenší deviace, dále byla vypočtena hodnota Rydbergovy konstanty z teoretických hodnot. Odvozeny vzorce pro disperzní vztah a změřena spektra několika výbojek. Zkalibrován index lomu hranolu a vypočtena hodnota Rydbergovy konstanty.

4 Závěr

Měřením se podařilo získat přiblížení Rydbergovy konstanty k tabulkové hodnotě $R = (1,097 \pm 0,005)10^7 m^{-1}$. I přes to, že disperze materiálu nebyla na některých čarách rtuti plně dokalibrována. Protože se je nepodařilo najít. Tento stav se ale pravděpodobně podepsal na kvalitě fitu disperzní funkce.

Reference

- [1] Zadání úlohy 4 - Balmerova série <http://praktikum.fjfi.cvut.cz/mod/resource/view.php?id=193>