Řešení 8. zadané úlohy - Jakub Kákona

1. (a) Pro ověření minimální realizace si vytvoříme duální systém

$$\tilde{A} = A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\tilde{B} = C^T = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\tilde{C} = B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Minimálnost realizace pak prověříme z duálního systému zjištěním hodnosti matice řiditelnosti.

$$C = \left[\tilde{B}, \tilde{A}\tilde{B}, \tilde{A}^2\tilde{B}, \tilde{A}^3\tilde{B}\right] \tag{4}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & 1 & 0 \\ c_2 & 1 & 0 & -c_1 - 4c_2 - 6 \\ 1 & 0 & -c_1 - 4c_2 - 6 & 4c_1 + 15c_2 + 20 \\ 0 & -c_1 - 4c_2 - 6 & 4c_1 + 15c_2 + 20 & -10c_1 - 36c_2 - 45 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Pro splnění požadavku na realizaci systému, které nebude minimální, by bylo třeba najít takové c_1, c_2, aby hodnost matice řiditelnosti nebyla úplná.

(b) Pokud do realizace systému dosadíme $c_1 = 2, c_2 = 3$ tak matice řiditelnosti bude mít plnou hodnost 4.

Realizace systému se tedy chová jako minimální a není třeba provádět Kalmanovu dekompozici.

(c) Ano, je to možné. Realizace druhého řádu může ze systému vzniknout například ze dvou minimálních realizací.

2. (a) Určíme nejmenší společné jmenovatele jednotlivých sloupců. $(s+1)(s+2)$, $(s+1)(s+2)$ Oba jsou řádu 2. Rad řiditelné realizace je součet jejich stupňů. Tedy 4.

Podobným způsobem určíme řád pozorovatelné realizace, ale hledáme společné jmenovatele jednotlivých řádků. $(s + 1)$ a $(s + 1)(s + 2)$. Celkový řád pozorovatelné realizace je proto 3.

(b) Protože stupeň obou společných jmenovatelů je dva, tak snížíme řiditelnou realizaci o stupeň 2. A systém v takové realizaci pak nebude řiditelný.

(c) Sledováním systému pouze na jednom z výstupů opět snižujeme řád pozorovatelné realizace o stupeň 1 nebo 2. Systém proto přestane být pozorovatelný.