

Úloha č.3 – Interferometry a vlastnosti laserového záření

Optické interferometry jsou přístroje pro velmi přesná měření, jejich princip je založen na interferenci světla. Interferometry se dnes používají k měření délek (interferenční komparátory), k studování různých povrchů, k měření tlaku a teploty plynů nebo plazmatu, k určení indexů lomu u plynů a kapalin (interferenční refraktometry), k určení struktury spektrálních čar (interferenční spektroskopy), k měření elektrického a magnetického pole, k měření rychlosti otáčení, k měření úhlového průměru hvězd a jako detekce gravitačních vln.

Jednotlivé interferometry dělíme podle počtu interferujících vln na dvousvazkové interferometry a vícesvazkové interferometry. Nejznámějšími dvousvazkovými interferometry jsou Michelsonův (obr.1), Mach-Zehnderův (obr.4), Sagnacův (obr.5) a Fizeaův interferometr. Nejznámějším vícesvazkovým interferometrem je Fabry-Perotův interferometr.

Interferometrické měření vyžaduje, aby někde v prostoru byly přítomny současně dvě nebo více optických vln, výsledná vlnová funkce je pak součtem jednotlivých vlnových funkcí. Výsledná intenzita, ale nemusí být nutně součtem jejich jednotlivých intenzit. Důvodem tohoto rozdílu je **interference** mezi těmito vlnami.

Pro interferenci dvou **monochromatických vln**, které mají komplexní amplitudy U_1 a U_2 , je výsledná vlna monochromatická se stejnou frekvencí a komplexní amplitudou

$$U = U_1 + U_2.$$

Výsledná intenzita má tvar

$$I = |U|^2 = |U_1 + U_2|^2 = |U_1|^2 + |U_2|^2 + U_1^*U_2 + U_1U_2^*.$$

Dosadíme-li dále za $U_1 = I_1^{1/2} \exp i\phi_1$ a $U_2 = I_2^{1/2} \exp i\phi_2$, kde $\phi_{1,2}$ jsou fáze jednotlivých vln a $I_{1,2}$ jsou intenzity příslušných vln, získáme **interferenční rovnici**

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1I_2)^{1/2}\cos(\phi),$$

kde $\phi = \phi_1 + \phi_2$. Silná závislost výsledné intenzity I na fázovém rozdílu umožňuje určit fázový rozdíl měřením intenzity I . Těto vlastnosti se využívá v řadě optických přístrojů (např. modulátory optického záření, optické hradla). Základní typy interferometrů s jejich fázovými rozdíly a aplikacemi jsou uvedeny v tab.1.

	fázový posuv	použití
Michelsonův int.	$\phi = \frac{4\pi}{\lambda}n(d_2 - d_1)$	měření povrchů apod.
Mach-Zehnderův int.	$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}n(d_2 - d_1)$	měření indexu lomu, teploty atd.
Sagnacův int.	$\phi = \frac{8\pi\omega A}{c\lambda}$	gyroskop

Tabulka 1: A je plocha interferometru (πR^2), R je poloměr kruhu, ω je úhlová rychlost rotace, n je index lomu prostředí

Využití interferometrů pro různé fyzikální veličiny se stává složitější, pokud použijeme reálné zdroje optického záření. Monochromatické záření je pouze ideální případ optického záření, v praxi se však používají zdroje s určitou šířkou spektrální čáry, a proto se musíme zabývat i vlastnostmi použitého zdroje pro náš interferometr.

Zdroj světla charakterizujeme z hlediska prostorového šíření a z hlediska časové stability. Časová koherence nám charakterizuje korelace vlny ve dvou různých časech, jinak řečeno, jak

dobře vlna interferuje sama se sebou. Jako praktický parametr se zavádí koherenční délka. Toto číslo udává vzdálenost od zdroje, kdy si záření udrží jistý stupeň koherence, tj. v jaké vzdálenosti je ještě pozorována interference. Pokud je optické záření nekoherentní, tak má nulovou koherenční délku a nedochází k interferenci. Naopak pokud je záření úplně koherentní má nekonečnou koherenční délku a interference nastává vždy. (Jaký typ záření splňuje tuto podmínku?) Prostorová koherence nám udává korelace vlny ve dvou různých místech, říká nám jak uniformní je vlna v prostoru. Její parametrem je koherenční plocha, je to zjednodušeně řečeno plocha, na které na stínítku pozorujeme interferenci (např.[1–3]).

Optické záření dělíme na základě koherence do tří skupiny: koherentní, částečně koherentní a nekoherentní světlo.

Teorii koherence se věnuje statistická a kvantová optika. Zde si vysvětlíme některé pojmy potřebné pro tuto úlohu. Reálné optické záření nemá monotónní průběh, ale částečně chaotický, přesto takovéto vlnění splňuje vlnovou rovnici a zákony elektromagnetického záření. Optická intenzita monochromatického záření je daná vztahem

$$I(r, t) = |U(r, t)|^2$$

a je nezávislá na čase. Naopak, chaotické záření je závislé na čase a proto je důležité zavést střední intenzitu $I(r, t) = \langle |U(r, t)|^2 \rangle$, kdy $\langle \rangle$ představují střední hodnotu přes soubor složený z mnoha realizací náhodné funkce.

Pro stacionární záření zavádíme pojem komplexní stupeň časové koherence

$$g(\tau) = \frac{\langle U^*(t)U(t + \tau) \rangle}{\langle U^*(t)U(t) \rangle}.$$

Funkce udává jakousi paměť systému, zda dochází ke korelaci záření se zářením posunutým o časový úsek τ . Absolutní hodnota $g(\tau)$ se pohybuje mezi těmito hodnotami $0 \leq |g(\tau)| \leq 1$. Pro monochromatické záření je $|g(\tau)| = 1$ a záření je koherentní pro libovolné τ .

Je-li $g(\tau)$ monotónně klesající funkce, pak definujeme koherenční dobu τ_c , kdy $g(\tau)$ klesne na určitou hodnotu ($1/2$ nebo $1/e$). Pro $\tau < \tau_c$ jsou fluktuace silně korelované a $\tau > \tau_c$ jsou slabě korelované.

Světlo, jehož koherenční doba τ_c je mnohem delší než doba potřebná k jeho průchodu studovaným systémem, je vůči tomuto systému efektivně úplně koherentní. Světlo je tedy efektivně koherentní, jestliže vzdálenost $c\tau_c$ je mnohem větší než všechny optické dráhové rozdíly, k nimž v daném případě dochází. Vzdálenost

$$l_c = c\tau_c$$

je **koherenční délka**.

S koherenční délkou úzce souvisí spektrální šířka $\Delta\nu$, nebo-li šířka spektrální čáry. Spektrum světla je často omezeno na úzký pás soustředěný okolo centrální frekvence ν_0 . Světelný zdroj s širokým spektrem má krátkou koherenční dobu, zatímco světelný zdroj s úzkou spektrální čarou má dlouhou koherenční dobu. V limitním případě monochromatického světla má světelný zdroj nekonečnou koherenční dobu. Vztah mezi koherenční délkou a spektrální šířkou $\Delta\nu_c$ lze vyjádřit vztahem

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{\tau_c}.$$

Nyní si popíšeme interferenci dvou částečně koherentních vln, tento popis vysvětlí způsob jak změřit koherenční délku laseru při nastavení konkrétního interferometru. Máme dvě částečně koherentní vlny optického záření U_1 a U_2 , jejichž intenzity jsou v daném bodě r a čase τ dány

vztahy $I_1 = \langle |U_1|^2 \rangle$ a $I_2 = \langle |U_2|^2 \rangle$. Vzájemná korelace těchto dvou vln je dána normovanou statistickou funkcí

$$g_{12} = \frac{\langle U_1^* U_2 \rangle}{(I_1 I_2)^{1/2}}.$$

Při superpozici obou vlnění získáme interferenční rovnici ve tvaru

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \Re\{g_{12}\}. \quad (1)$$

Třetí člen na pravé straně popisuje optickou interferenci a lze zapsat ve tvaru $2\sqrt{I_1 I_2} |g_{12}| \cos(\phi)$, kde $\phi = \arg\{g_{12}\}$ je fáze g_{12} . Existují dva mezní případy:

1. pro dvě úplně korelované vlny s $g_{12} = \exp(i\phi)$ a $|g_{12}| = 1$ získáme interferenční vztah pro dvě koherentní vlny s fázovým rozdílem ϕ .
2. pro dvě nekorelované vlnění s $g_{12} = 0$ je $I = I_1 + I_2$ a k interferenci nedochází.

V obecném případě je závislost normované intenzity na fázi ϕ sínusová a výraznost interference se měří viditelností (**vizibilitou**) V , nebo-li hloubku modulace či kontrastem interferenčního obrazu

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (2)$$

kde I_{max} , I_{min} je maximální resp. minimální intenzita I při měnícím se ϕ . Vizibilitu lze odvodit z (1) na vztah

$$V = \frac{2(I_1 I_2)^{1/2}}{I_1 + I_2} |g_{12}|.$$

Pokud je tedy $I_1 = I_2$, je vizibilita rovna normované křížové korelaci

$$V = |g_{12}|.$$

Interference a časová koherence

Necháme-li interferovat částečně koherentní vlnu $U(t)$ se stejnou funkcí, ale posunutou v čase o τ , tj. s $U(t + \tau)$. Pro interferenční vztah pak platí

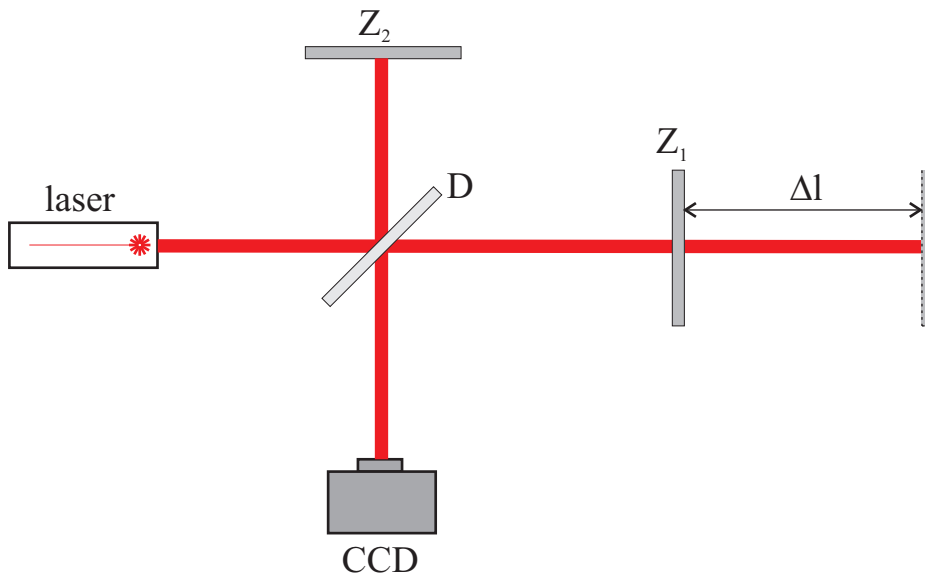
$$I = 2I_0[1 + |g(\tau)| \cos(\phi(\tau))],$$

kde $I_0 = I_1 = I_2$. Schopnost vlnění interferovat se svojí časově posunutou replikou závisí na komplexním stupni časové koherence a na velikosti posunutí. Z tohoto vztahu a vztahu (2) je možné navrhnout měření, kterým určíme koherenční dobu (koherenční délku).

K tomuto měření se hodí interferometry typu - Michelson nebo Mach-Zehnder. Jde o to, že časové zpoždění vytvoříme zvětšením délky jednoho ramena optické dráhy vůči druhému. Pro Michelsonův interferometr je časové zpoždění dosaženo posunutím jednoho zrcadla (na obr.1 se jedná o zrcadlo Z_1) a časové zpoždění tak má vztah

$$\tau = 2(d_1 - d_2)/c = \frac{2 \Delta l}{c}.$$

Interference je tak pozorovatelná pouze když optický dráhový rozdíl je menší než koherenční délka. Absolutní hodnotu komplexního stupně časové koherence vlnění $|g_{12}(\tau)|$ lze tedy měřit tím, že zaznameneáme viditelnost interferenčního pole v závislosti na časovém zpoždění a určíme okamžik, kdy vizibilita klesne na 1/2 své maximální hodnoty.

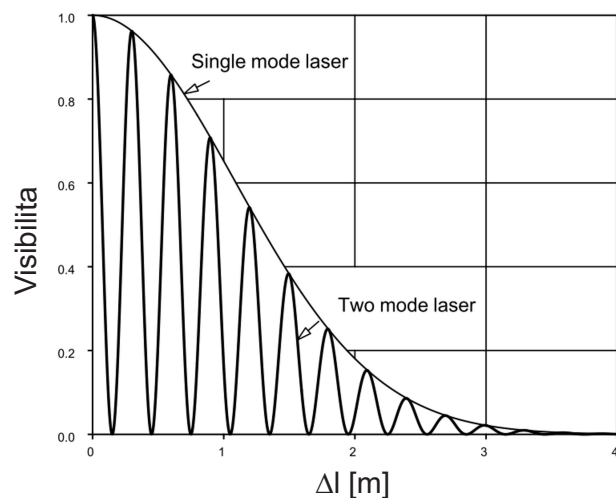


Obrázek 1: Schéma Michelsonova interferometru D - dělič svazku, Z_1 , Z_2 - zrcadla, CCD – CCD kamera

Pokud mluvíme o koherentních zdrojích optického záření, pak mluvíme většinou o laserech. Při jednofrekvenčním režimu (jeden podélný mód) může koherenční délka plynového laseru přesáhnout desítky kilometrů. Ve srovnání s plynovými lasery je koherenční délka pevnolátkových a polovodičových laserů obvykle menší. Plynové He-Ne lasery mají v mnohofrekvenčním režimu obvykle koherenční délku $\approx 0.1 - 0.2m$.

Jednomódový versus vícemódový laser

Problematika koherenční délky a její měření je složitější u vícemódových laserů. Křivka vizibility se už není monotónní funkce, ale je složitější. Na obr.2 je zobrazen rozdíl v křivkách vizibility pro jednomódový a dvoumódový laser [4]. U vícemódových laserů je záření koherentní, ale přesto klesá interferenční kontrast. Tento efekt není způsoben koherencí, ale vlastnostmi optické interference. V obr.2 souvisí vizibilita pro dvoumódový laser s délkou rezonátoru. Nulová hodnota V se opakuje v přesných intervalech - v tomto případě se shodují s délkou rezonátoru. Např. pro interferometrii je použitelná pouze oblast do oblasti $V/2$ prvního maxima. S křivkou vizibility je úzce spojen počet módů a tento počet lze ovlivňovat pomocí např. Fabry-Perotova rezonátoru [5]. Z vícemódového laseru lze tímto způsobem udělat jednomódový laser, tímto způsobem se připravíme o celkový výkon laseru. Otázkou je také stabilita takového systému např. He-Ne laser je v jednomódovém režimu velice náchylný na teplotu.



Obrázek 2: Vizibilita jako funkce dráhového rozladění Δl pro jednomódový a dvoumódový laser [4]

CÍL:

Získání zkušeností při realizaci různých typů laserových interferometrů, studium jejich vlastností a možností využití.

Pomůcky:

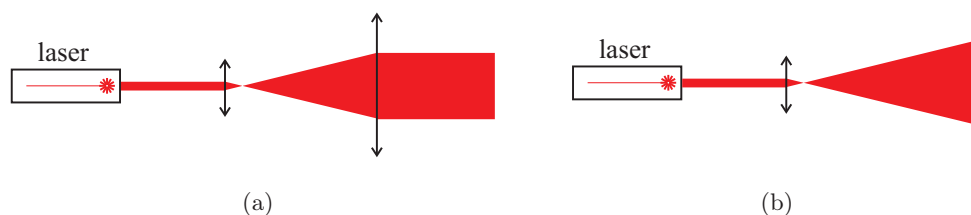
laser, 2x dělicí kostka, 2x zrcadlo, 2x čočka, kolimátor, CCD kamera, piezo posuv, měřící lišta, počítač, neutrální filtry

POSTUP:

K záznamu interferenčního obrazce použijte CCD kameru. Dbejte na správné nastavení ovládacích prvků. Na kameře je možné nastavit zesílení, gama křivku a počet snímků které bude kamera integrovat. Hlavním problémem je vyhnout se saturaci kamery intenzivním laserovým světlem, proto je žádoucí použít neutrální filtry a vhodné nastavení (minimální zesílení, jednosnímková integrace. . .). Při správných hodnotách získáte 8-bitový černobílý snímek se záznamem interferogramu, který je potřeba vyhodnotit (získat z daného snímku vizibilitu). Pro zpracování doporučujeme využít náležitý software (Matlab, Gwyddion [6]). Dbejte na stejné podmínky při měření experimentu.

Úkoly:

1. Sestavte Michelsonův interferometr [7, 8] v konfiguraci s rovinnou vlnou i sférickou vlnou podle obr.1 a 3.
2. Určete koherenční délku použitého He-Ne laseru zaváděním dráhového rozdílu do ramen interferometru. Jedno zrcadlo je fixní a druhým ramenem se posouvá směrem od děliče optického záření.
3. Určete vlnovou délku použitého laseru s použitím Michelsonova interferometru.



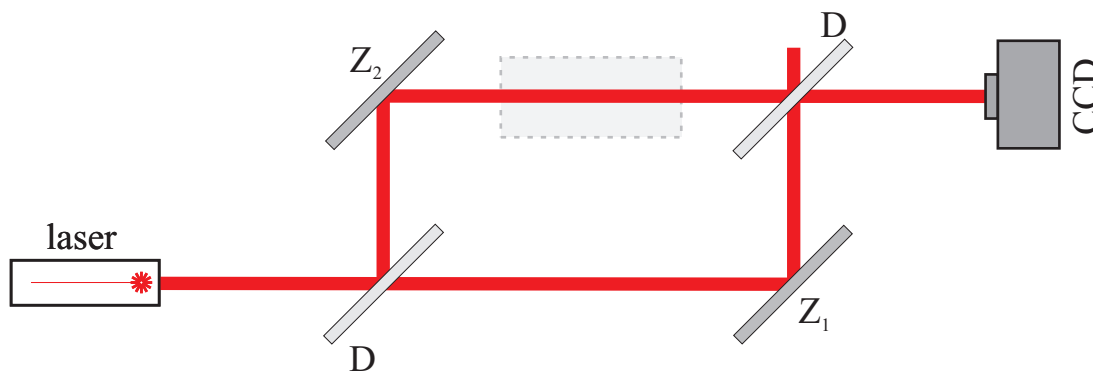
Obrázek 3: Uspořádání s a) rovinnou b) sférickou vlnou

Posunem zrcadla Z_1 se mění velikost dráhy jednoho z paprsků. Poněvadž paprsek projde dráhu mezi děličem D a zrcadlem Z_1 dvakrát (tam i zpět), posunutím Z_1 o $1/4\lambda$ směrem k děliči D se optická dráha tohoto paprsku zmenší o $1/2\lambda$. Tím se změní i interferenční obrazec tak, že kroužky maxima budou na místě minima. Pokud posuneme ještě zrcadlo Z_1 o další $1/4\lambda$ směrem k desce D , kroužky maxima opět zaujmou polohu minima (dostanou se do své původní polohy). Pomalým posunem pohyblivého zrcadla na piezo-posuvu o vzdálenost d se změní počet kroužků o N , potom můžeme vlnovou délku λ použitého laseru vyjádřit pomocí vztahu :

$$\lambda = \frac{2d}{N}$$

Změnou počtu kroužků rozumíme počet změn minima na maximum a následně opět na minimum nebo opačně. Posuv zrcadla je uskutečněn pomocí piezo-posuvu, tento posuv je řízen elektrickým napětím na piezo krystalu. Pro tento posuv platí převodní vztah $1V=112nm$.

4. Sestavte Mach-Zehnderův interferometr a Sagnacův interferometr podle obr.4 a 5. Zaznamenejte maximální dosaženou vizibilitu interferenčního pole.

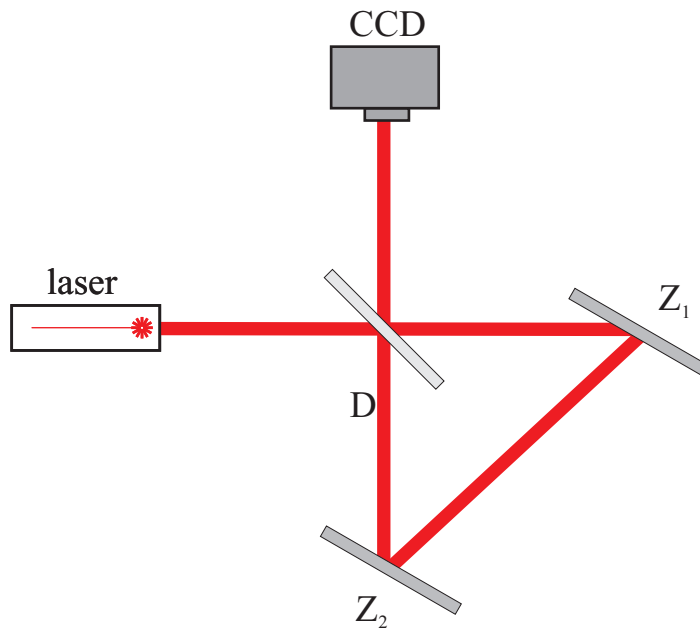


Obrázek 4: Schéma Mach-Zehnderova interferometru; šedý obdélník zde představuje zkoumanou oblast

5. Prostudujte fázovou stabilitu interferometrů z předcházejícího bodu pracovního postupu ve srovnání s interferometrem Michelsonovým (berte do úvahy konkrétní konfiguraci experimentu).

POŽADOVANÉ VÝSLEDKY:

1. Určit koherenční délku a spektrální šířku záření použitého laseru. Nakreslit graf závislosti vizibility na vzájemném posunutí.



Obrázek 5: Schéma Sagnacova interferometru

2. Určit vlnovou délku laseru.
3. Určit maximální vizibilitu Mach-Zehnderova a Sagnacova interferometru. Navrhněte experimentální uspořádání Mach-Zehnderova interferometru k měření koherenční délky laseru.
4. Nalezněte 3 průmyslové aplikace interferometrů, uveďte aplikaci a odkaz.

Reference

- [1] B. E.A. Saleh and M. C. Teich. *Základy fotoniky 1,2*. Matfyzpress, 1994.
- [2] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, 1997.
- [3] E. Hecht and A. Zajac. *Optics*. Addison Wesley Publishing Company, 1997.
- [4] http://www.meos.com/cmd/cms/fileadmin/exp_pdf/361_2.pdf. Technical report.
- [5] Bahaa E. A. Saleh and Malvin C. Teich. *Fundamentals of photonics*. Wiley-Interscience, New York [u.a.], 2007.
- [6] <http://gwyddion.net/>. Technical report.
- [7] <http://webtop.msstate.edu/index.html>. Technical report.
- [8] <http://www.ub.es/javaoptics/applets/michelen.html>. Technical report.