

SPŠ Strojní a Elektrotechnická v Českých Budějovicích, Dukelská 13

Provedl: Jakub Kákona	Datum měření: 24.10.2006	Číslo úlohy: 2
Převzal:	Datum odevzdání:	Třída: E3A

Výpočty s fázově posunutými harmonickými průběhy

Zadání:

1. Stanovte analytický průběh pro zobrazená napětí
2. Proveďte jejich grafický součet a grafický rozdíl v originálu (v časové ose)
3. Totéž proveďte graficky s obrazem v komplexní rovině pro jeden bod. Vyznačte výsledné amplitudy a fázové posuny
4. Proveďte totéž matematicky a uveďte vztahy pro výsledná napětí
5. Alespoň pro pět různých bodů vypočítejte rozdíl mezi výsledkem grafickým a matematickým. Rozdíl vyjádřete v procentech matematického řešení.

Cíl měření:

Naučit se zpracovávat harmonické signály analytickými metodami nezávisle na formátu zadaných dat.

Teoretický rozbor:

Vzhledem k tomu, že vstupní data k úloze jsou pro téměř jakékoliv zpracování zadaná ve značně nepříjemném formátu bude potřeba je převést do formátu jiného, což ale v tomto případě nejde udělat bez nemalého zkreslení vstupních hodnot, zvláště nepříjemné je, že velikost tohoto zkreslení nejde přesně zjistit. A to pravděpodobně může způsobit problémy, protože v zadání úlohy je vyžadováno grafické a matematické zpracování, obě úlohy ale kladou různé nároky na vstupní data, proto bude obtížné provést jejich objektivní porovnání.

Nejlepším řešením by asi bylo, kdyby vstupní data k úloze byla zadána přímo formou datové řady, když vzhledem k zadání úlohy nemohou být zadána matematicky.

Postup měření:

Vstupní data jsme neměřili, obdrželi jsme je v podobě bitmapy.

Schema zapojení:

Schéma zapojení zařízení pro získání dat není známo.

Použité nástroje:

- OpenOffice Writer

- Gcalctool

Výpočty a tabulky:

Ze zadaných grafů je vidět, že harmonické průběhy mají přibližně tyto parametry:

Parametr	u_1	u_2
Perioda T [s]	0,025	
Amplituda U [V]	4,06	2,23
časový rozestup Δt [s]	0,0035	

Z těchto údajů už dokážeme spočítat další:

Fázový posun:

Když víme, že oba průběhy mají stejnou periodu 25ms a časový rozestup 3,5ms tak můžeme spočítat fázový posun:

$$1T = 2\pi$$

$$\text{potom } \varphi = \frac{2\pi}{T} \Delta t \quad \varphi = \frac{2\pi}{0,025} 0,0035 = 0,879 [\text{rad}]$$

Frekvence:

$$f = \frac{1}{T} \quad f = \frac{1}{0,025} = 40 [\text{Hz}]$$

úhlová rychlost:

$$\omega = f 2\pi \quad \omega = 40 * 2\pi = 251,32 [\text{rad/s}]$$

	u_1	u_2
Fázový posun φ [rad]	0,879	
frekvence f [Hz]	40	
úhlová rychlost ω [rad/s]	251,32	

Nyní máme všechny parametry potřebné k tomu, abychom mohli napsat analytické tvary obou průběhů:

$$u_1(\omega t) = U_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + j U_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_2(\omega t) = U_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + j U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Budeme předpokládat že $\varphi_1 = 0$ [rad] z toho vyplývá že $\varphi_2 = \varphi_1 - \varphi = -0,879$ [rad]

Analytický předpis pro daný kmitočet je:

$$u_1(t) = 4,06 \cos(251,32t + 0) + j 4,06 \sin(251,32t + 0)$$

$$u_2(t) = 2,23 \cos(251,32t - 0,879) + j 2,23 \sin(251,32t - 0,879)$$

Pro jednoduchost sestavení analytického tvaru $u_3(t)=[u_1(t)+u_2(t)]+j[u_1(t)+u_2(t)]$ zvolíme že $t = 0s$, tím získáme tvar:

$$u_1(0)=4,06 \cos(0)+j4,06 \sin(0)=4,06+j0$$

$$u_2(0)=2,23 \cos(-0,879)+j2,23 \sin(-0,879)=1,422-j1,717$$

Z toho u_3 tedy je $u_3(0)=(4,06+1,422)+j(0-1,717)=5,502-j1,717$

Když už jsme zjistili Reálnou a Imaginární složku u_3 , tak spočítáme jeho výslednou amplitudu a fázový posun.

Nejdříve pomocí Pythagorovy věty spočítáme výslednou amplitudu.

$$U_3=\sqrt{5,502^2+(-j1,717)^2}=5,763[V]$$

Fázový posun by jsme nyní mohli spočítat pomocí amplitudy, imaginární složky u_3 a funkce sinu.

$$\varphi_3=\sin^{-1}\frac{ju_3}{U_3}=\sin^{-1}\frac{-j1,717}{5,763}=-0,30252[rad]$$

Ale protože tento výpočet je méně přesný vlivem numerické chyby při výpočtu amplitudy zvolíme raději funkci tangens.

$$\varphi_3=tg^{-1}\frac{ju_3}{u_3}=tg^{-1}\frac{-j1,717}{5,502}=-0,30249[rad]$$

Je vidět, že numerická chyba není velká, ale přesto existuje.

Nyní můžeme sestavit analytický předpis u_3 .

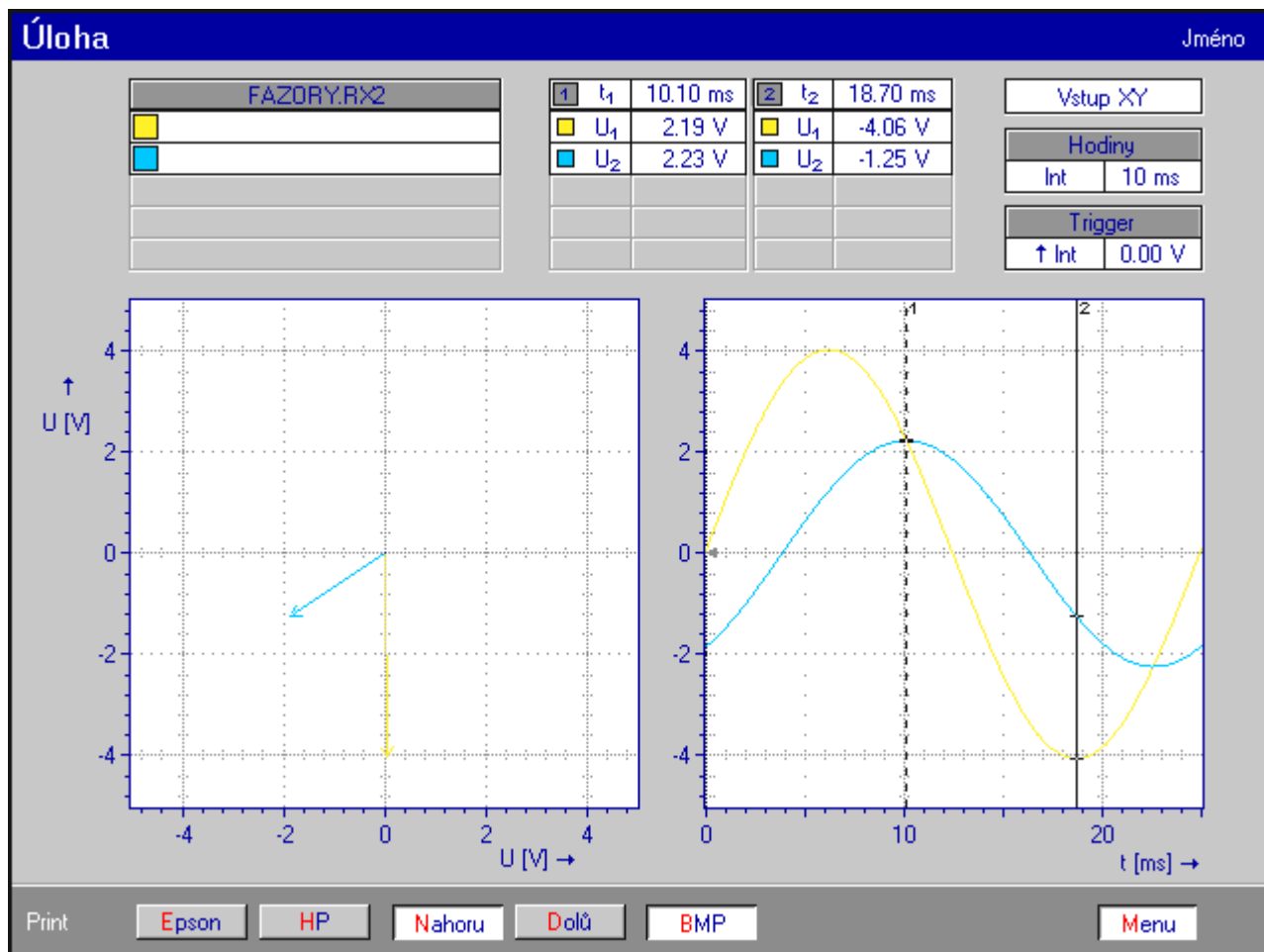
$$u_3(\omega t)=U_3 \cos(\omega t+\varphi_3)+jU_3 \sin(\omega t+\varphi_3)$$

$$u_3(t)=5,763 \cos(251,23 t-0,302)+j5,763 \sin(251,23 t-0,302)$$

Porovnání Matematické a Grafické výpočetní metody:

	Graficky	Matematicky	chyba [%]

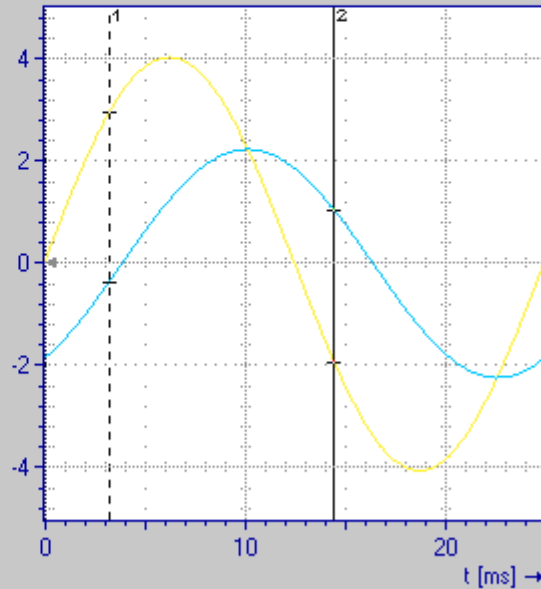
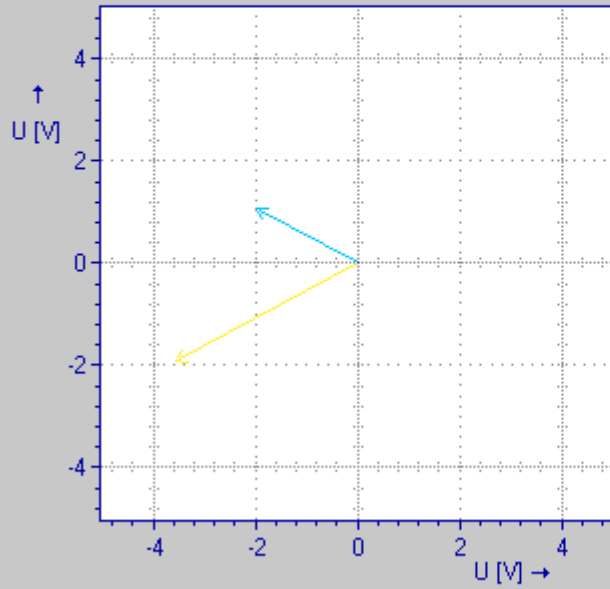
Grafy:



FAZORY.RX2	
■	
■	

1	t_1	3.20 ms	2	t_2	14.40 ms
■	U_1	2.93 V	■	U_1	-1.95 V
■	U_2	-0.39 V	■	U_2	1.02 V

Vstup XY	
Hodiny	
Int	10 ms
Trigger	
↑ Int	0.00 V



Print

Epson

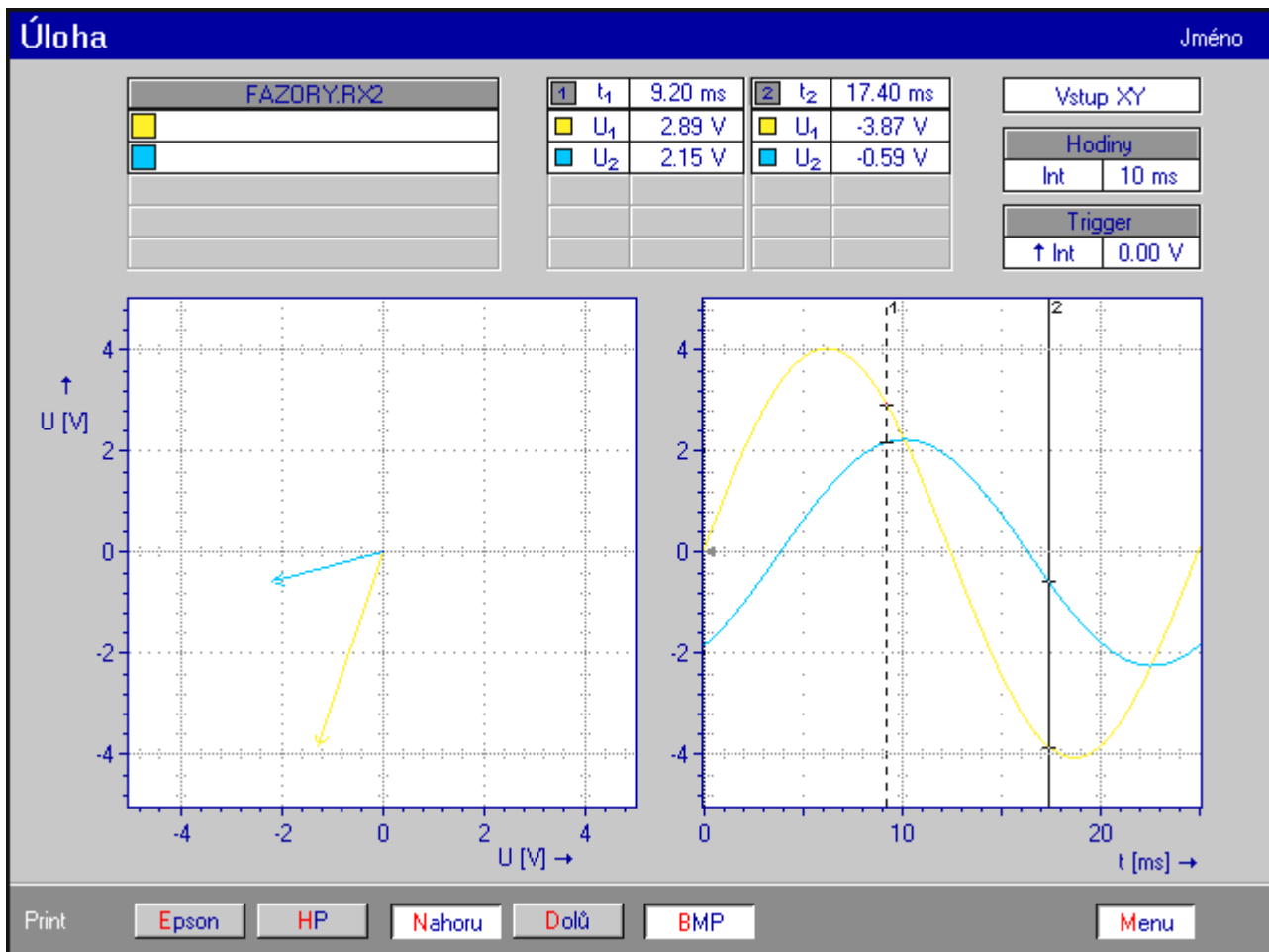
HP

Nahoru

Dolů

BMP

Menu



Závěr:

Je zajímavé, že se harmonickým průběhům zobrazeným na osciloskopu říká sinusové, i přes to že jde o zobrazenou reálnou složku, tedy o cosinus.