

Balmerova série

Jakub Kákona, kaklik@mlab.cz

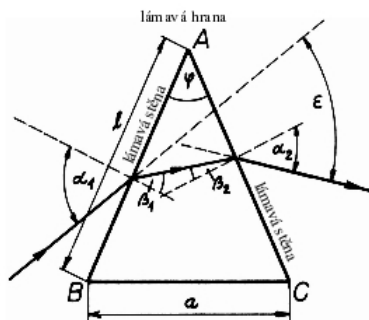
25.2.2011

Abstrakt

V tomto měření je cílem změřit spektrum známé Balmerovy série vodíku a z naměřených vlnových délek určit hodnotu Rydbergovy konstanty.

1 Úvod

1. (Nepovinné) V přípravě nalezněte obecně pro $\alpha_1 \neq \alpha_2$ podmínku nejmenší deviace $\alpha_1 = \alpha_2$ a z toho odvoďte vzorec ([*]). Návod: Uvědomte si, že deviace ε je složenou funkcí α_1 : $\varepsilon = \varepsilon(\alpha_2(\beta_2(\beta_1(\alpha_1))))$
2. V přípravě odvoďte vzorec ([*]) v případě, že je splněna podmínka úhlu nejmenší deviace $\alpha_1 = \alpha_2$.
3. V přípravě vypočtete (i numericky) hodnotu Rydbergovy konstanty (tj. odvoďte vztah ([*]) ze vztahů ([*]), ([*]) a ([*])).
4. V přípravě odvoďte vzorce ([*]) a ([*]).
5. Metodou dělených svazků viz <http://fyzport.fjfi.cvut.cz/Hardware/Goniometr/goniometr.pdf> změřte lámavý úhel hranolu. Měření proveďte 4x.
6. Změřte index lomu hranolu v závislosti na vlnové délce pro čáry rtuťového spektra, nakreslete graf a fitováním nelineární funkcí ([*]) určete disperzní vztah $n = n(\lambda)$. Fitovací program kromě hodnot parametrů funkce ([*]) vypočte i hodnoty chyb těchto parametrů a korelační matici. Poznamenejte si tyto hodnoty.
7. Změřte spektrum vodíkové výbojky (Balmerovu sérii atomu vodíku) a ověřte platnost vztahu ([*]).
8. Metodou nejmenších čtverců nebo fitováním spočtete Rydbergovu konstantu pro atomární vodík. Výpočet té konstanty je analogický jako výpočet Planckovy konstanty v úloze Studium rentgenového spektra Mo anody. Podívejte se na úkol č. 4 této úlohy.
9. Určete charakteristickou disperzi $dn/d\lambda$ v okolí vlnové délky 589 nm (žluté čáry v sodíkovém spektru).
10. Určete rozlišovací schopnost hranolu pro sodíkový dublet a vypočítejte minimální velikost základny hranolu, vyrobeného ze stejného materiálu jako hranol, s kterým měříte, který je ještě schopen rozlišit sodíkový dublet.



Obrázek 1: Lom světla hranolem

V našem případě použijeme jako energetický zdroj výbojku naplněnou vodními parami, které výboj rozkládá a vzniká tak atomární vodík. Výboj také vybujuje vzniklé vodíkové atomy do vysokých energetických hladin, ze kterých se potom snaží přecházet do nižších stavů. Přechody elektronů jsou pak doprovázené emisí fotonů příslušné energie. My se soustředíme na fotony viditelného světla a to jsou první čtyři čáry Balmerovy série. Spektrometr se v našem případě bude skládat z hranolu, který rozkládá viditelné světlo (díky lomu světla v disperzním prostředí) z výbojky na monochromatické paprsky. Goniometrem budeme měřit úhel, pod kterým se lámou jednotlivé vlnové délky průchodem skrz hranol, z úhlu pak na základě z disperzních vlastností hranolu určíme vlnovou délku spektrální čáry a poté na základě těchto výsledků měření ověříme Balmerův vzorec ([*]) a spočteme Rydbergovu konstantu.

1.1 Lom světla hranolem

Díky tomu, že optický hranol je materiál ohraničený dvěma různoběžnými rovinami - lámavými stěnami. Průsečnice lámavých stěn se nazývá lámavá hrana a úhel jimi sevřený lámavý úhel φ . Na hranol nechť dopadá monochromatický světelný paprsek dané vlnové délky λ v rovině kolmé na lámavou hranu, tedy v tzv. hlavním řezu. Paprsek dopadá na lámavou stěnu pod úhlem α_1 , láme se podle zákona lomu pod úhlem β_1 . Úhel dopadu na další stěně označíme β_2 a úhel lomu do vnějšího prostředí α_2 . Úhel mezi paprskem vstupujícím do hranolu a z něj vystupujícím budeme nazývat deviací a označovat písmenem ε . Jestliže úhel dopadu volíme tak, aby uvnitř hranolu byl paprsek kolmý k ose lámavého úhlu φ , bude jeho deviace od původního směru minimální a paprsek bude vystupovat z hranolu pod úhlem $\alpha_1 = \alpha_2$. Pro minimální deviaci paprsku, kterou budeme značit písmenem ε_0 , dostaneme

$$\frac{\sin\left(\frac{\varepsilon_0 + \varphi}{2}\right)}{\sin(\varphi/2)} = n,$$

kde n je relativní index lomu materiálu, z kterého je hranol vyroben.

1.2 Úhlová disperze

Úhlová disperze charakterizuje disperzní vlastnosti hranolu. Nechť hranolem procházejí v úzké spektrální oblasti paprsky o různých vlnových délkách. Pak jejich odchylka od původního směru ε je funkcí vlnové délky λ ; $\varepsilon = \varepsilon(\lambda)$. Úhlová disperze je definována vztahem $d\varepsilon/d\lambda$ a udává, jak rychle se mění úhel ε s vlnovou délkou.

Všechny látky vykazují disperzi, tj. jejich index lomu je závislý na vlnové délce světla $n = n(\lambda)$. Veličina $dn/d\lambda$ se nazývá charakteristická disperze. Je ji možno vyjádřit derivováním disperzní závislosti $n = n(\lambda)$, je-li známé její analytické vyjádření.

Průběh disperzní závislosti se aproximuje různými vzorci. Pro případ použitého hranolu dobře vyhovuje vzorec:

$$n = n_n + C\lambda - \lambda_n,$$

v němž n_n , C , λ_n jsou konstanty, které se určí z naměřených dat nelineární regresí funkce.

Derivujeme-li rovnici pro minimální deviaci ε_o podle λ , dostaneme po úpravě pro úhlovou disperzi $d\varepsilon_o/d\lambda$ vztah

$$d\varepsilon_o/d\lambda = \frac{2 \sin(\varphi/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\varphi/2)}} \frac{dn}{d\lambda}$$

Úhlová disperze hranolu je tedy poměrně složitou funkcí vlnové délky. Závisí na ní jednak přes charakteristickou disperzi $dn/d\lambda$, jednak přes index lomu n ve jmenovateli posledního členu.

1.3 Rydbergova konstanta

Kromě Balmerovy série existují ve spektru atomárního vodíku ještě jiné, které lze vyjádřit souhrnně vzorcem:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

A tabulková hodnota Rydbergovy konstanty je následující

$$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h} = 10\,973\,731,568\,527(73) \text{ m}^{-1},$$

2 Postup měření

K měření úhlů lomů jednotlivých spektrálních čar jsme používali goniometr s hranolem. Skleněný hranol byl umístěn na měřicím stolku goniometru mezi dalekohledem a kolimátorem. Nejprve bylo potřeba lámavé plochy hranolu ustavit kolmo na optickou rovinu kolimátoru a dalekohledu, to jsme provedli justací stavěcích šroubů pomocí autokolimační funkce dalekohledu. Následně bylo třeba změřit lámavý úhel hranolu, vybrali jsme si úhel u vrcholu A. Měření lámavého úhlu jsme provedli metodou dělaného svazku, kdy jsme od každé z lámavých ploch nechali odrážet značku v kolimátoru (nitkový kříž).

Z geometrie goniometru je pak zřejmé, že naměřený úhel je dvojnásobkem lámavého úhlu hranolu. Po zajištění geometrie měření jsme ještě potřebovali zjistit disperzní závislost materiálu hranolu, aby bylo možné pak správně dopočítat vlnové délky čar z Balmerovy série. To jsme provedli tak, že jsme před vstupní štěrbinu kolimátoru umístili rtuťovou výbojku, která má známé vlnové délky ve viditelné části spektra. Takže díky změřením úhlů jejich nejmenší deviace bylo možné získat disperzní vztah pro materiál hranolu.

Průměrná hodnota lámavého úhlu hranolu tedy je $51^\circ 51' 40'' \pm 21''$

Po nafitování disperzní funkce na naměřené hodnoty vychází konstanty následovně.

$$n_n = 1.69997 \pm 0.001891 \quad c = 23.116 \pm 1.481 \quad \lambda_n = 174.076 \pm 12.24$$

Fitováním naměřených hodnot spektrálních čar vodíku je možné dostat hodnotu Rydbergovy konstanty $R = (1097 \pm 5)10^4 \text{ m}^{-1}$

Tabulka 1: Neměřené hodnoty lámového úhlu hranolu

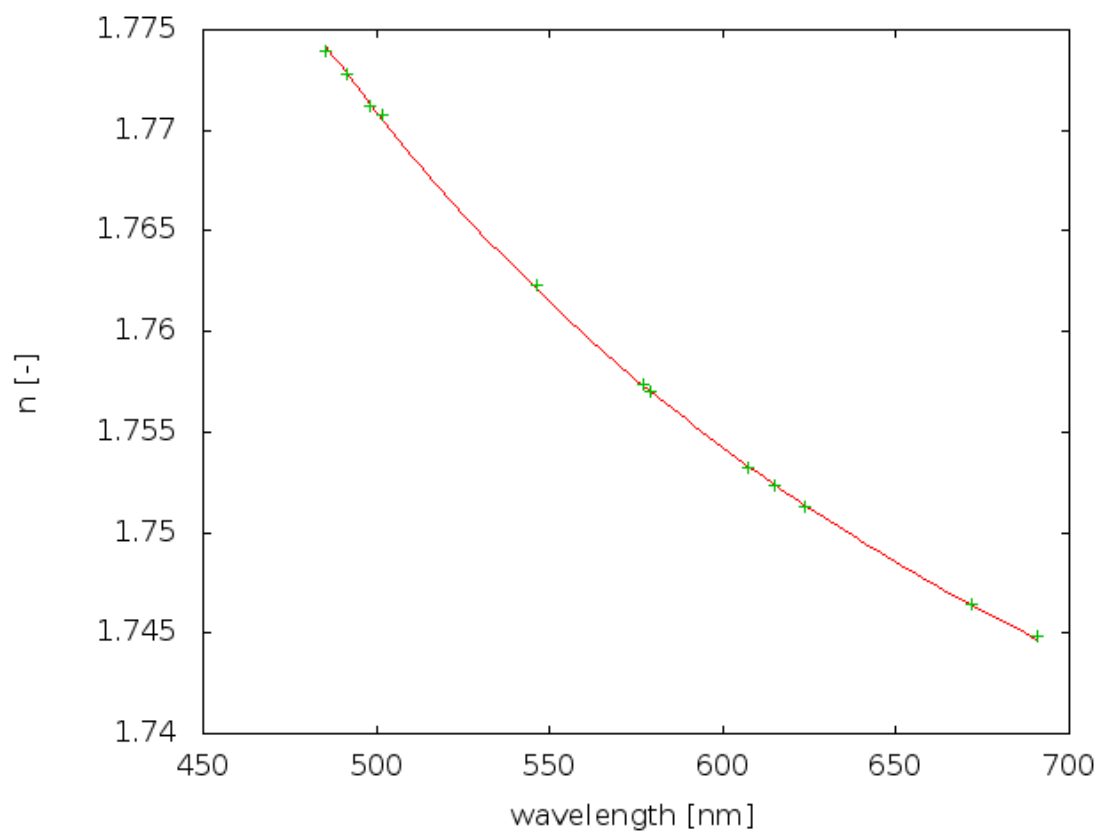
| d1 | | | d2 | | | fi[] | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| deg | min | sec | deg | min | sec | deg | min | sec |
| 245 | 47 | 20 | 126 | 3 | 52 | 59 | 51 | 44 |
| 253 | 53 | 56 | 134 | 12 | 40 | 59 | 50 | 38 |
| 264 | 40 | 40 | 144 | 56 | 49 | 59 | 51 | 56 |
| 258 | 37 | 54 | 138 | 54 | 12 | 59 | 51 | 51 |
| 267 | 1 | 47 | 147 | 17 | 18 | 59 | 52 | 15 |

Tabulka 2: Neměřené hodnoty deviačních úhlů pro čáry rtuti a jejich vlnové délky s vypočítaným indexem lomu.

| d1 | | | d2 | | | epsilon0 | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|-----|-----|----------|----------|
| deg | min | sec | deg | min | sec | deg | min | sec | lambda | n[-] |
| 247 | 3 | 20 | 124 | 40 | 18 | 61 | 11 | 31 | 690,752 | 1,744833 |
| 247 | 14 | 26 | 124 | 29 | 0 | 61 | 22 | 43 | 671,643 | 1,746437 |
| 247 | 48 | 38 | 123 | 54 | 48 | 61 | 56 | 55 | 623,44 | 1,751306 |
| 247 | 56 | 6 | 123 | 47 | 21 | 62 | 4 | 23 | 614,95 | 1,752362 |
| 248 | 2 | 11 | 123 | 41 | 27 | 62 | 10 | 22 | 607,272 | 1,753209 |
| 248 | 29 | 8 | 123 | 14 | 32 | 62 | 37 | 18 | 579,0663 | 1,757 |
| 248 | 31 | 25 | 123 | 11 | 40 | 62 | 39 | 53 | 576,9598 | 1,757361 |
| 249 | 6 | 52 | 122 | 36 | 40 | 63 | 15 | 6 | 546,0735 | 1,762275 |
| 250 | 8 | 21 | 121 | 34 | 56 | 64 | 16 | 42 | 501,7279 | 1,770758 |
| 250 | 11 | 35 | 121 | 31 | 17 | 64 | 20 | 9 | 498,064 | 1,771227 |
| 250 | 23 | 21 | 121 | 19 | 26 | 64 | 31 | 57 | 491,607 | 1,772835 |
| 250 | 31 | 55 | 121 | 11 | 6 | 64 | 40 | 25 | 485,572 | 1,773983 |

Tabulka 3: Neměřené hodnoty deviačních úhlů pro čáry Balmerovy série a jejich vlnové délky.

| d1 | | | d2 | | | epsilon0 | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|-----|-----|----------------|--------------|
| deg | min | sec | deg | min | sec | deg | min | sec | λ [nm] | chyba [nm] |
| 124 | 18 | 5 | 247 | 24 | 46 | 61 | 33 | 21 | 658,47 | 0,0392232769 |
| 121 | 0 | 43 | 250 | 42 | 24 | 64 | 50 | 50 | 481,86 | 0,0555149295 |
| 118 | 50 | 47 | 252 | 53 | 0 | 67 | 1 | 6 | 432,2 | 0,0352964305 |
| 117 | 24 | 50 | 254 | 22 | 18 | 68 | 28 | 44 | 409,88 | 0,027699414 |



Obrázek 2: Závislost indexu lomu na vlnové délce

3 Diskuse

Bohužel se nám během našeho měření nepodařilo správně určit vlnové délky spektrálních čar, neboť hranol se od začátku měření choval podivným způsobem a doházelo k silné ztrátě světla při průchodu hranolem neboť některé čáry ve spektru nebyly vůbec vidět. Navíc při pokusu o změření sodíkového spektra nebyl vůbec viditelný sodíkový dublet ve spektru byla pouze jedna oranžová čára. Nejdříve jsme si mysleli, že je to příliš velkou šířkou spektrálních čar, ale při zúžení štěrbin se rozdvojila jednak oranžová spektrální čára, ale i všechny další čáry pozorovaného spektra. Že se jednalo skutečně o spektrum sodíkového dubletu je proto pochybné, neboť by v hranolu muselo docházet k nějakému jevu, jako je dvojlom.

4 Závěr

Během měření se nám nepodařilo získat věrohodné hodnoty a proto jsme museli použít data naměřená při testování úlohy. Nicméně je zřejmý postup, jak tato data byla změřena.

Reference

- [1] Zadání úlohy 4 - Balmerova série
<http://praktika.fjfi.cvut.cz/Balmer/>