Měření ohniskových vzdáleností tenkých čoček

Zadání

1. Změřte ohniskovou vzdálenost spojky z polohy předmětu a obrazu pro několik různých vzdáleností předmětu a čočky a určete její nejistotu.
2. Změřte ohniskovou vzdálenost Besselovou metodou pro různé vzdálenosti předmětu a stínítka a určete její nejistotu.
3. Změřte ohniskovou vzdálenost rozptylky a určete její nejistotu.

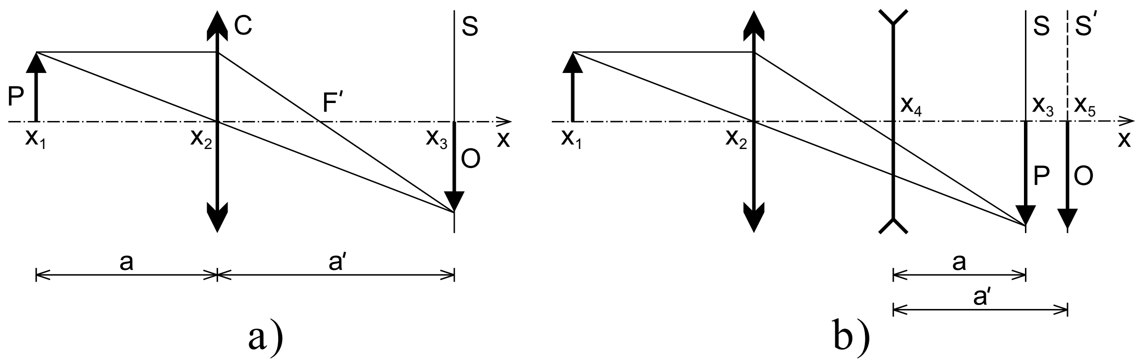
Teoretický rozbor:

Základními charakteristikami každé optické soustavy jsou polohy hlavních rovin a její ohnisková vzdálenost soustavy. I když tyto údaje můžeme zjistit výpočtem z tvaru a rozložení jednotlivých lámavých ploch a indexu lomu prostředí, na jehož povrchu lom nastává, nebo z rozmístění čoček a jejich ohniskových vzdáleností, dáváme mnohdy přednost určení ohniskové vzdálenosti pomocí experimentálních metod, které jsou často rychlejší a pohotovější než výpočet.

Měření ohniskové vzdálenosti spojky

Jedna z nejjednodušších metod stanovení ohniskové vzdálenosti u tenkých čoček je metoda z polohy předmětu a obrazu. Ta vychází ze skutečnosti, že obrazová ohnisková vzdálenost f' souvisí se vzdáleností předmětu a a vzdáleností obrazu a' zobrazovací nebo též čočkovou rovnicí

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \tag{1}$$



Obr. 1: Měření ohniskové vzdálenosti a) spojky a b) rozptylky

K určení ohniskové vzdálenosti musíme tedy změřit vzdálenost a předmětu od čočky a vzdálenost a' obrazu od čočky. Měření těchto veličin se provádí na optické lavici. Předmět P umístíme do bodu o souřadnici x_1 a čočku C do bodu x_2. Posunováním stínítka S najdeme ostrý obraz předmětu. Tomu přísluší souřadnice x_3. Orientujeme-li osu x zleva doprava jako na obr. 1a), jsou vzdálenosti předmětu a obrazu v souladu s jennskou znaménkovou konvencí

$$a = -(x_2 - x_1) \qquad\qquad a' = x_3 - x_2. \tag{2}$$

Pro ohniskovou vzdálenost pak vychází z čočkové rovnice (1) vzorec

$$f' = \frac{a \cdot a'}{a - a'}. \tag{3}$$

Odvodíme ještě výraz pro nejistotu ohniskové vzdálenosti. Poloha předmětu i čočky zůstávají během měření stálé. Jsou proto údaje x_1 a x_2 zatíženy jen nejistotou měřítka, což jsou nejistoty typu B. Proto x_1 a x_2 stačí číst na měřítku pouze jedenkrát. Protože nejistota čtení je podél celého měřítka stálá, můžeme klást

$$\triangle x_1 = \triangle x_2 = konst. \tag{4}$$

Vzdálenost předmětu a je, jak vidíme z (2), veličina vypočtená z hodnot x_1 a x_2. Protože se zde jedná o rozdíl, bude nejistota veličiny a rovna součtu nejistot veličin x_1 a x_2, tedy

$$\triangle a = \triangle x_1 + \triangle x_2\,. \tag{5}$$

Opakovaným zaostřováním obrazu zjistíme, že výsledné polohy stínítka se často od sebe navzájem značně liší. Jejich rozdíly značně přesahují nejistoty veličin x_1 a x_2. To svědčí o tom, že se zde uplatňují především nejistoty typu A. Proto je potřeba souřadnici x_3 zjistit vícekrát opakovaným nastavením stínítka. Počet nastavení je dán požadovanou přesností výsledku. Hodnotu souřadnice x_3 pak udává aritmetický průměr hodnot nalezených při jednotlivých nastaveních. Její nejistotu najdeme z příslušných vzorců pro nejistoty typu A. Ve skutečnosti je veličina x_3 zatížena jak nejistotou z nastavení, tedy nejistotou typu A, tak i nejistotou měřítka, která je typu B. V tomto případě nejistota nastavení značně převyšuje velikost nejistoty měřítka a proto nejistotu měřítka zanedbáme proti nejistotě nastavení. Ze stejného důvodu můžeme zanedbat nejistotu veličiny x_2 proti nejistotě $\triangle x_3$ veličiny x_3. Odtud pro nejistotu obrazové vzdálenosti a', která je opět veličinou vypočtenou, jak je rovněž vidět z (2), platí vztah

$$\triangle a' = \triangle x_3 + \triangle x_2 \doteq \triangle x_3\,. \tag{6}$$

Chceme-li vypočítat nejistotu ohniskové vzdálenosti f', odvodíme pro ni ze vzorce pro nejistotu vypočtené veličiny výraz

$$\triangle f' = \sqrt{\left[\frac{a'^2}{(a-a')^2}\,\triangle a\right]^2 + \left[\frac{a^2}{(a-a')^2}\,\triangle a'\right]^2}\,. \tag{7}$$

Měření ohniskové vzdálenosti rozptylky

Chceme-li změřit ohniskovou vzdálenost rozptylky, vycházíme z té skutečnosti, že rozptylka přiřazuje reálnému předmětu virtuální obraz a naopak, virtuálnímu předmětu reálný obraz. Virtuálním předmětem rozumíme předmět, který se nachází za čočkou vzhledem k chodu paprsků. Je zřejmé, že virtuální předmět nemůže být hmotný objekt, nýbrž je potřeba jej vytvořit nějakou zobrazovací soustavou.

Proto virtuální předmět pro rozptylku bude tvořit reálný obraz určitého předmětu vytvořený spojkou. Celou soustavu ukazuje obr. 1b). Do bodu x_1 optické lavice umístíme opět reálný předmět, do bodu x_2 spojku a opakovaným zaostřením najdeme polohu x_3 stínítka S, která odpovídá obrazu vytvořenému spojkou, stejně jako v předchozím případě. Ten se stává pro rozptylku virtuálním předmětem. Do bodu x_4 mezi spojku a stínítko S vložíme rozptylku. Tím se obraz na stínítku S rozostří. Posunutím stínítka do polohy S' najdeme znovu ostrý obraz, který je právě obrazem virtuálního předmětu v poloze S vytvořený rozptylkou. Poloze S' odpovídá souřadnice x_5. Vzdálenosti předmětu a obrazu pro rozptylku jsou, opět s ohledem na použitou znaménkovou konvenci,

$$a = x_3 - x_4, \qquad a' = x_5 - x_4 \tag{8}$$

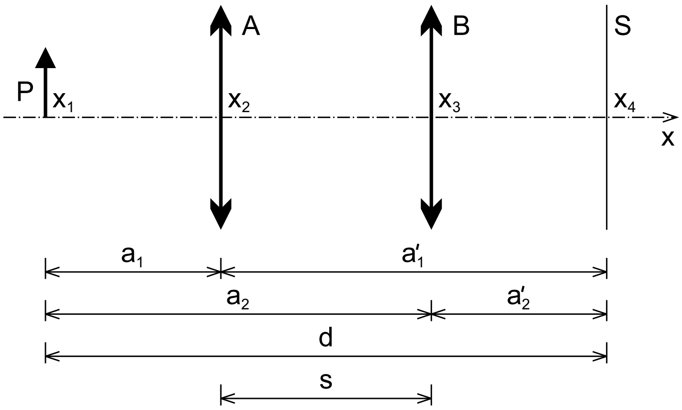
a jsou obě kladné.

Pro ohniskovou vzdálenost platí opět vzorec (1). Do něj však tentokrát dosadíme za a a a' z (8). Nejistotu ohniskové vzdálenosti vypočteme opět z (7). Připomeňme, že polohy x_1, x_2 a x_4 jsou zatíženy jen nejistotou měřítka, zatímco u poloh x_3 a x_5 převažují nejistoty typu A a proto je potřeba je zjišťovat vždy opakovaným měřením.

Besselova metoda

Speciálním způsobem měření ohniskové vzdálenosti spojky z polohy předmětu a obrazu je Besselova metoda. Besselova metoda využívá principu záměnnosti chodu paprsků. Zvolíme proto pevnou vzdálenost předmětu a stínítka, kterou označíme d. Zjistíme, že v tomto intervalu leží dvě polohy čočky, symetrické vzhledem ke středu úsečky d, při nichž vzniká ostrý obraz na stínítku. Schématicky tuto metodu zachycuje obr. 2. Z něj je zřejmé, že pro velikosti vzdáleností předmětu a obrazu pro obě polohy čočky platí

$$|a_1| = |a_2'|; \qquad |a_1'| = |a_2|.$$



Obr. 2: Besselova metoda

S ohledem na znaménkovou konvenci je zřejmě

$$\begin{aligned} -a_1 + a_1' &= x_4 - x_1 = d \\ a_1' - a_2' &= a_1' + a_1 = x_3 - x_2 = s. \end{aligned} \tag{9}$$

Odtud vychází

$$a_1' = \frac{1}{2}\big(s + d\big), \qquad a_1 = \frac{1}{2}\big(s - d\big). \tag{10}$$

Dosazením odtud do vzorce (1) nacházíme ohniskovou vzdálenost čočky

$$f' = \frac{d^2 - s^2}{4d}. \tag{11}$$

Její nejistota je

$$\triangle f' = \sqrt{\left[\frac{d^2 + s^2}{4d^2}\,\triangle d\right]^2 + \left[\frac{s\,\triangle s}{2d}\right]^2}. \tag{12}$$

Opět nejistotu délky $d = x_4 - x_1$ určíme z nejistoty měřítka, kdežto nejistotu veličiny $s = x_3 - x_2$ z opakovaných měření poloh x_2 a x_3. Závěrem připomeňme, změní-li se poloha čočky na optické lavici nebo vzdálenost předmětu a stínítka u Besselovy metody, budou relativní nejistoty veličin a, a' a d odlišné, a měření se tak stávají měřeními nestejné váhy. Chceme-li určit ohniskovou vzdálenost z výsledků jednotlivých měření, musíme ji počítat jako středně vážený průměr a jeho nejistotu opět jako nejistotu středně váženého průměru. Za váhu i-tého měření považujeme veličinu

$$g_i = \frac{1}{(\triangle f_i')^2}.$$

Příslušné veličiny pak plynou ze vzorců

$$f' = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_i \, f_i'}{\sum_{i=1}^{n} g_i}; \qquad \triangle f' = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_i^2 \left(\triangle f_i'\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} g_i^2\right)^2}. \tag{13}$$

Provedení experimentu

1. Měření ohniskové vzdálenosti spojky
   Ohnisková vzdálenost spojky se zjistí z polohy předmětu a obrazu, případně pro několik různých vzdáleností předmětu a čočky. Pro každé měření se stanoví nejistota ohniskové vzdálenosti. Vypočte se pak výsledná ohnisková vzdálenost z hodnot získaných při jednotlivých měřeních a na závěr se vypočte její výsledná nejistota.
   Ohnisková vzdálenost se znovu změří Besselovou metodou pro různé vzdálenosti předmětu a stínítka a zpracuje se jako v předchozím případě.

2. Měření ohniskové vzdálenosti rozptylky
   Spojkou vytvoříme virtuální předmět a ten zobrazíme rozptylkou, jak bylo popsáno výše. K měření je nutné použít spojky o větší absolutní hodnotě optické mohutnosti než jakou má rozptylka. Zpracování výsledků je obdobné jako v předchozích případech.