

# Úloha č. 5 - Měření indexu lomu některých látek

## 1 Teoretický úvod

Jedním ze základních parametrů, který charakterizuje prostředí z hlediska šíření optického záření je index lomu. Udává poměr rychlosti šíření záření ve vakuu  $c_0$  a v daném materiálovém prostředí  $c$

$$n(\omega) = \frac{c_0}{c(\omega)}. \quad (1)$$

Šíření elektromagnetického pole je popsáno rovnicí

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c(\omega)^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Rovnici (2) nazýváme vlnovou rovnicí, kde  $c$  označuje rychlost šíření vlny

$$c(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)}} = \frac{c_0}{n(\omega)},$$

$\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  je permitivita resp. permeabilita vakua,  $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  je rychlost šíření ve vakuu,  $\varepsilon_r$ ,  $\mu_r$  je relativní permitivita, resp. permeabilita prostředí a  $n$  je index lomu, pro který platí

$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)}.$$

Pro případ nemagnetických prostředí, kde  $\mu_r = 1$  je  $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ , resp.  $\varepsilon_r = n^2$ .

Existuje celá řada metod pro měření indexu lomu lišících se přesností, vhodností pro konkrétní látky, atd. V rámci praktika budou použity 2 metody, a sice měření indexu lomu kapalin a pevných látek pomocí Abbého refraktometru a měření indexu lomu hranolu pomocí optického goniometru. První z metod je velice rychlá a flexibilní vhodná pro běžná laboratorní měření, nerespektuje však disperzi světla. Druhá metoda optického goniometru je velice přesná a používá se k testování optických vlastností různých pevných a kapalných materiálů. Disperze světla je v tomto případě respektována, index lomu je možné měřit pro jednotlivé vlnové délky.

### Abbého refraktometr

Abbého refraktometr je přístroj využívající pro měření indexu lomu totálního odrazu. Schema přístroje je naznačeno na obrázku 1. Jeho základem je hranol z materiálu s vysokým indexem lomu (větším, než je index lomu, který chceme přístrojem měřit). Vzorek přikládáme ke spodní straně hranolu. Systém nasvětlujeme buďto ze spodní strany přes měřenou vrstvu, anebo z horní strany přes jednu ze stěn hranolu (obrázek 2a, resp. 2b). Osvětlovací svazek je difuzní a zajišťuje tak dopad světla na rozhraní pod všemi možnými úhly. Při nasvětlení zespodu se chod paprsků řídí zákonem lomu

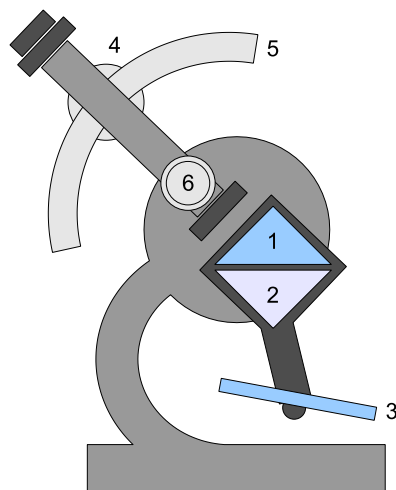
$$n_v \sin \alpha_v = n_h \sin \alpha_h, \quad (3)$$

kde  $n_v$  a  $n_h$  jsou index lomu měřeného vzorku a hranolu a  $\alpha_v$ ,  $\alpha_h$  jsou úhly paprsků v měřeném vzorku a hranolu měřené od kolmice k rozhraní. Vzhledem k tomu, že index lomu hranolu je na základě předpokladů větší než index lomu vzorku, platí

$$\sin \alpha_h = \frac{n_v}{n_h} \sin \alpha_v < 1.$$

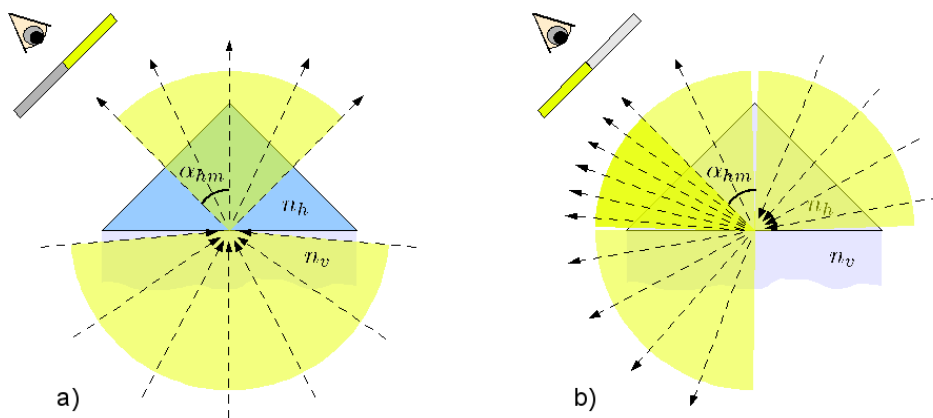
I když tedy nasvětlovací svazek pokrývá v měřeném vzorku rozsah úhlů  $0 - 90^\circ$ , v hranolu je toto spektrum užší. V důsledku toho je při pozorování světla vycházejícího z hranolu viditelné rozhraní odpovídající meznímu úhlu

$$\alpha_{hm} = \text{asin} \left( \frac{n_v}{n_h} \right), \quad (4)$$



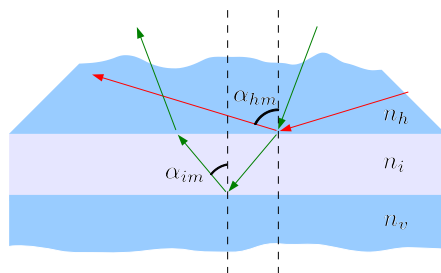
Obrázek 1: Základní schema Abbého refraktometru. Měřený vzorek přikládáme ke spodní straně hranolu 1 buďto pomocí hranolu 2 (kapalný vzorek) anebo přímo prostřednictvím imerzní kapaliny (pevný vzorek). Nasvětlení zajistíme pomocí zrcátka 3 zespodu, anebo přímo přes boční stěnu hranolu 1. Při měření měníme pozorovací úhel šroubem 4, měřený index lomu odečítáme na stupnici 5. Případnou kompenzaci disperze provedeme šroubem 6.

z jehož polohy je možné určit index lomu vzorku. Při nasvětlení zezhora přes boční stěnu hranolu dochází na rozhraní hranolu a vzorku k odrazu pro všechny dopadové úhly, přičemž úhel odrazu je roven úhlu dopadu. Současně ale dochází i k lomu, který je opět popsán vztahem (3). Pro úhly dopadu větší než mezní úhel (4) se veškerá energie odráží (dochází k takzvanému totálnímu odrazu) a tudíž je při pozorování odraženého světla opět viditelné rozhraní odpovídající meznímu úhlu. Tmavé a světlé pole jsou oproti případu spodního nasvětlení invertovány.



Obrázek 2: Analýza chodu paprsků hranolem při měření. Při spodním nasvětlení a) dochází k lomu pouze do vyznačeného kužele, v okuláru pozorujeme rozhraní světlého a tmavého pole. Při nasvětlení zezhora b) dochází pro jisté úhly dopadu k totálnímu odrazu v důsledku čeho pozorujeme opět rozhraní světlého a tmavšího pole. Světlejší pole se tentokrát nachází v dolní části.

Při měření indexu lomu kapalin je situace poměrně jednoduchá, vrstvu kapaliny umístíme přímo na spodní stranu měřícího hranolu pomocí přitlačného hranolu s difúzní plochou pro zajištění optimálního nasvětlení. Při měření indexu lomu pevného vzorku musíme tento přiložit k hranolu v dokonalém optickém kontaktu. Přitom i mikroskopická vzduchová vrstva mezi oběma rozhraním způsobí chybu měření (měříme potom vlastně index lomu vzduchu). Je proto nutné prostor mezi rozhraním vyplnit kapalinou o vhodném indexu lomu. Aby tato vrstvička



Obrázek 3: Při použití imerzní vrstvy pro měření pevných vzorků dochází k totálnímu odrazu na obou rozhraních. První odpovídá indexu lomu vzorku, druhé indexu lomu imerzní kapaliny.

neovlivnila měření, musí být její index lomu menší než index lomu hranolu, ale větší než index lomu měřené vrstvy. V tom případě nastává při horním nasvětlení situace podle obrázku 3. Na rozhraní hranolu a imerzní vrstvy dochází pro jistý úhel k totálnímu odrazu a tím pádem k vytvoření světelného rozhraní v pozorovaném poli, které odpovídá indexu lomu imerzní kapaliny. Pokud je index lomu této kapaliny dostatečně vysoký, je toto rozhraní mimo rozsah odečítací stupnice a nelze jej zaměnit s rozhraním odpovídajícím měřenému vzorku. Současně s odrazem na rozhraní hranolu a imerze dochází také k lomu do imerzní vrstvy. Při dopadu lomených paprsků na rozhraní imerzní vrstvy a měřeného vzorku dochází opět pro jisté úhly k totálnímu odrazu a následně ke vzniku dalšího světelného rozhraní v pozorovaném poli. Pro mezní úhel na rozhraní měřeného vzorku platí

$$\sin\alpha_{im} = \frac{n_v}{n_i}.$$

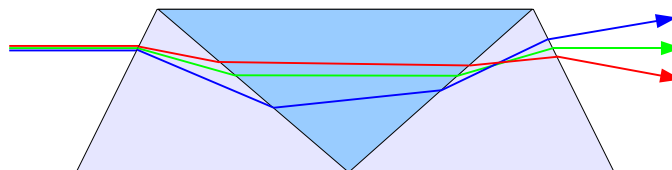
Sočasně pro paprsek s úhlem  $\alpha_{im}$  v imerzní vrstvě platí

$$n_h \sin\alpha_h = n_i \sin\alpha_{im}.$$

Srovnáním těchto dvou relací dostáváme

$$\sin\alpha_h = \frac{n_v}{n_h}.$$

Imerzní vrstva tedy neovlivňuje výsledek měření indexu lomu  $n_v$  v případě, když platí  $n_v < n_i < n_h$ . V případě, že index lomu imerzní vrstvy je nižší než index lomu měřené vrstvy nedochází na rozhraní imerze a měřeného vzorku k totálnímu odrazu a danou metodu nelze použít pro měření indexu lomu.



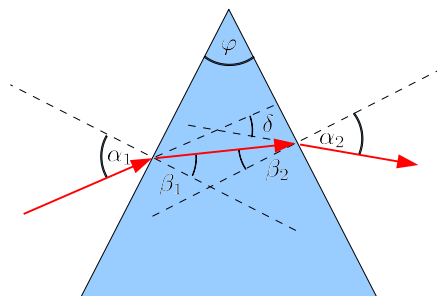
Obrázek 4: Schema chodu paprsků dvojitým Amicich hranolem

Vzhledem k tomu, že pro měření pomocí Abbého refraktometru využíváme polychromatické zdroje světla, je celý proces komplikován jevem disperze. V jeho důsledku je pozorované rozhraní rozmazané v duhových barvách. Pro lepší odečet je proto Abbého refraktometr vybaven dvouhranolovým systémem pro korekci disperze, který umožňuje odstranit tento efekt rozmazání a zpřesnit odečet výsledku. Základem takového komezátoru je tzv. dvojitý Amicich hranol podle obrázku 4. Je složen ze tří hranolů, dva krajní jsou ze střednědisperzního korunového skla a prostřední z vysokodisperzního flintového skla. Při dopadu polychromatického paprsku na takový systém dochází na výstupu k rozštěpení paprsků, přičemž vlnová délka, pro kterou je

hranol navržen, pokračuje rovnoběžně s dopadajícím paprskem. Takový systém je tedy schopen kompenzace disperze pro jistou konkrétní hodnotu rozjetí jednotlivých vlnových délek. Abbého refraktometr obsahuje 2 dvojité Amiciho hranoly, které se vzájemně otáčejí kolem osy rovnoběžné s dopadajícím paprskem a umožňují tak měnit velikost korekce disperze.

## Optický goniometr

Optický goniometr je zařízení umožňující přesné měření úhlů pro různé aplikace. Jednou z nich je měření indexu lomu tzv. Fraunhoferovou metodou. Tato metoda umožňuje změřit index lomu hranolu z tzv. minimální odchylky a znalosti lámavého úhlu. Předpokládejme hranol podle obrázku 5. Necht' na hranol dopadá paprsek pod úhlem  $\alpha_1$ , který opouští hranol pod úhlem  $\alpha_2$ . Pro



Obrázek 5: Schema chodu paprsků hranolem. Optický goniometr umožňuje měřit odchylku chodu paprsků  $\delta$ , která souvisí s indexem lomu hranolu vztahem (14).

lom při vstupu do hranolu platí

$$\sin\alpha_1 = n_h \sin\beta_1, \quad (5)$$

pro lom na výstupu

$$\sin\alpha_2 = n_h \sin\beta_2. \quad (6)$$

Z geometrických vztahů dále plyne pro odchylku lomeného paprsku od paprsku dopadajícího  $\delta$

$$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi, \quad (7)$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \varphi. \quad (8)$$

Hodnota odchylky  $\delta$  závisí na úhlu dopadu  $\alpha_1$ . Hledejme extrémální hodnotu  $\delta$  pomocí nalezení kořenů derivace výrazu (7) podle  $\alpha_1$ :

$$\frac{d\delta}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = 0 \Rightarrow \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = -1. \quad (9)$$

Současně diferenciováním rovnice (8) dostaneme

$$\frac{d\beta_1}{d\beta_2} = -1. \quad (10)$$

Derivováním vztahů (5) a (6) dostaneme

$$\cos\alpha_1 = n_h \cos\beta_1 \frac{d\beta_1}{d\alpha_1}, \quad (11)$$

$$\cos\alpha_2 \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = n_h \cos\beta_2 \frac{d\beta_2}{d\alpha_1}. \quad (12)$$

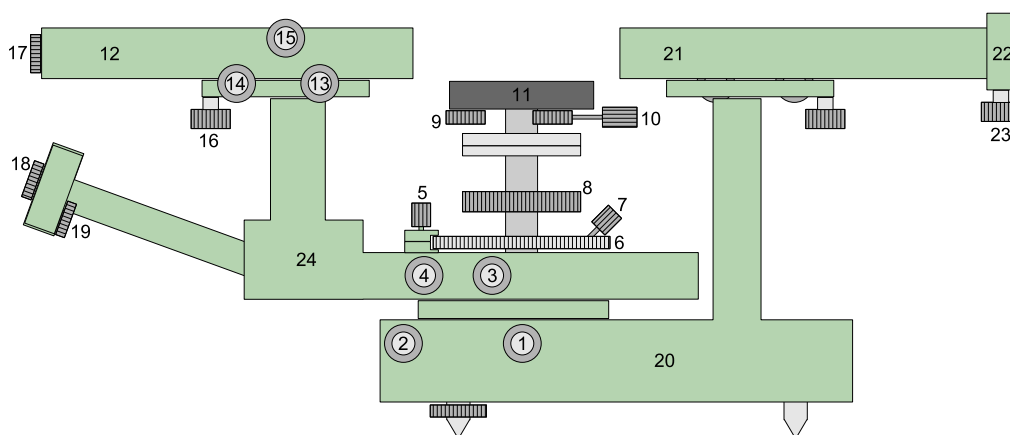
Po dělení rovnice (11) rovnicí (12) dostáváme

$$\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} = \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2}. \quad (13)$$

Rovnici (13) lze obecně splnit pro  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , což je současně podmínka pro minimalizaci  $\delta$ . Potom  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ ,  $\beta = \varphi/2$ , a  $\alpha = (\delta + \varphi)/2$ . Po dosazení do (5) dostaneme

$$n_h = \frac{\sin((\delta + \varphi)/2)}{\sin(\varphi/2)}. \quad (14)$$

Známe-li tedy lámavý úhel hranolu  $\varphi$  a změříme-li minimum odchylky dopadajícího a lomeného paprsku, můžeme ze vztahu (14) určit index lomu hranolu. Schema samotného goniometru používaného v praktiku je zachyceno na obrázku 6.



Obrázek 6: Schema optického goniometru. Na podstavci 20 je umístěno rotační rameno 24, otočný stolek 11 a kolimátor 21. Na rameni 24 je dále upevněn dalekohled 12 a odečítací okulár. Šrouby 1 a 2 umožňují fixaci resp. jemný posuv rotační osy goniometru. Šrouby 3 resp. 4 slouží k fixaci a jemnému posuvu ramena 24 vůči podstavci. Šroub 5 fixuje systém stolku 11 vůči rameni 24, šroub 7 vůči osi. Matice 8 umožňuje vertikální pohyb stolku 11. Šrouby 9 slouží k nastavení horizontální polohy stolku, šroub 10 k jeho fixaci vůči vlastní ose. Polohu dalekohledu je možné fixovat a jemně ladit šrouby 13, 14 a 16 (podobně u kolimátoru). Šroub 15 slouží k zaostření dalekohledu. Okulářem 17 resp. 18 je možné otáčet a zaostřit tak na příslušné stupnice. Šroub 19 slouží k posuvu jemné odečítací stupnice v okuláru 18.

## 2 Zadání úlohy

### Cíle úlohy

Cílem úlohy je seznámit se s Abbého refraktometrem a optickým goniometrem pro účely měření indexu lomu, provést kalibraci těchto přístrojů a změřit index lomu několika různých kapalných a pevných vzorků.

### Pomůcky

Abbého refraktometr, etalon pro kalibraci, vysokoindexová imerzní kapalina (monobromnaftalén), vzorky kapalin a pevných látek, optický goniometr, planparalelní deska pro kalibraci, měřený hranol.

### Postup měření

Cílem úlohy je seznámit se s Abbého refraktometrem a optickým goniometrem, zvládnout kalibraci těchto přístrojů a změřit indexy lomu vybraných pevných látek a kapalin.

1. Seznamte se s konstrukcí Abbého refraktometru.

2. Ověřte kalibraci zařízení pomocí pevného etalonu s přesně známým indexem lomu. Ke spodní straně měřicího hranolu přitiskněte etalon z příslušenství refraktometru. Jako imerzní vrstvu použijte monobromnaftalén. Odečtěte úhel na stupnici. Hodnota by měla odpovídat údaji uvedeném na etalonu.
3. Proved'te měření indexu lomu různých kapalin - voda, isopropylalkohol, a další . Na přitlačný hranol kápněte měřenou kapalinu a hranol přitlačte k měřicímu hranolu. Odečtěte index lomu na stupnici.
4. Proved'te měření indexu lomu různých pevných látek - sklo, PMMA, PS, PE, PET, a další. Podobně jako v bodě 2 proved'te měření indexu lomu různých pevných vzorků. Jako imerzi použijte monobromnaftalén.
5. Vyzkoušejte použití různých imerzních vrstev pro měření indexu lomu pevných látek. Použijte různé imerzní kapaliny z bodu 3 pro zvolené pevné vzorky z bodu 4. Provéřte principy diskutované na obrázku 3.
6. Seznamte se s konstrukcí optického goniometru pro měření indexu lomu.
7. Proved'te nastavení goniometru.
  - (a) Nastavte autokolimátor do pozice kolmé k ose goniometru. Dalekohled 12 nasměrujte zhruba do středu stolku 11 a utáhněte šroub 13. Na stolek 11 položte planparalelní destičku. Zaostřete dalekohled šroubem 17 na stupnici. Nastavte kříž autokolimátoru do počátku souřadnic stupnice v okuláru pomocí šroubů 14 a 16. Otočte stolkem 11 o 180 stupňů a zkontrolujte pozici kříže. Případnou vertikální odchylku korigujte z jedné poloviny šroubem 16 a z druhé šrouby 9. Nakonec při otočení stolku o 180 stupňů nesmí dojít k vertikálnímu posuvu kříže.
  - (b) Na kolimátor nasad'te místo štěrbinu 22 koncovku se žárovkou a nitkovým křížem. Podobně jako u dalekohledu nastavte nahrubo kolimátor na střed stolku tak, aby se v dalekohledu objevil nitkový kříž z kolimátoru. Zaostřete dalekohled šroubem 15 na nitkový kříž a podobně jako u dalekohledu dolad'te vertikální i horizontální polohu kolimátoru.
8. Změřte lámavý úhel hranolu. Na stolek 11 položte doprostřed měřený hranol tak, aby alespoň jedna jeho stěna byla kolmá na spojnici dvou šroubů 9. Stolek otočte tak, aby jedna stěna hranolu byla kolmá k dalekohledu. Přesnou polohu (odraz kříže autokolimátoru) dolad'te příslušným šroubem 9. Postup opakujte pro další stěny hranolu. Nakonec nastavte jednu ze stěn svírajících lámavý úhel kolmo k dalekohledu, zafixujte stolek šroubem 7 a odečtěte úhel na stupnici v okuláru 18. Potom otočte ramenem dalekohledu tak, aby byl kolmý na druhou stěnu svírající lámavý úhel a odečtěte hodnotu v okuláru 18. Z uvedených hodnot spočítejte lámavý úhel.
9. Pomocí měření minimální odchylky a vztahu (14) změřte index lomu hranolu. Na kolimátor našroubujte znovu štěrbinu 22, kterou nasvětlíte svazkem z laserové diody. Štěrbinu mírně otevřete a natočte stolek s hranolem tak, aby kolimovaný svazek dopadal na hranol přibližně podle obrázku 5. Dalekohled natočte do polohy, kdy je vidět vystupující svazek z hranolu. Následně otáčejte stolkem 11 a pozorujte pohyb lomeného paprsku v dalekohledu. Naleznete polohu, kdy je deviace paprsků minimální (pohyb čáry v dalekohledu mění směr) a odečtěte úhel v okuláru 18. Experiment opakujte pro polohu hranolu otočenou o 180°. Ze získaných hodnot spočítejte index lomu hranolu podle vztahu (14).

### 3 Požadované výsledky

Po provedení experimentu na základě uvedeného postupu sepište protokol o měření. Protokol musí mimo jiné obsahovat následující údaje:

1. Ověření kalibrace Abbého refraktometru.
2. Indexy lomu měřených kapalin.
3. Indexy lomu měřených pevných látek.
4. Popis funkce různých imerzních vrstev.
5. Popis kalibrace optického goniometru pro měření indexu lomu.
6. Lámaný úhel měřeného hranolu.
7. Index lomu měřeného hranolu.